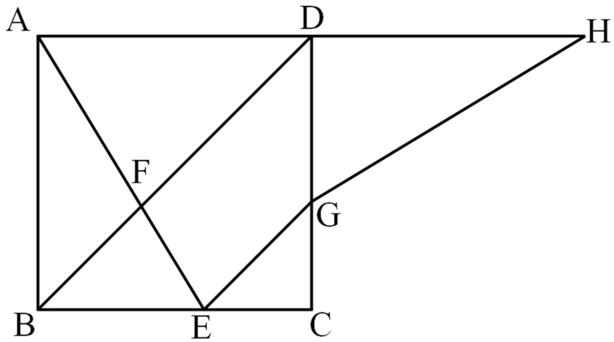
正方形ややムズ証明と正三角形		
範囲：平面図形	難易度：★×5	得点　　　　/10

出典：2019 年度　和歌山県

図１のように，一辺が 6 cm の正方形 ABCD の辺 BC 上に点 E がある。AE と BD の交点を F とする。E を通り BD に平行な直線と辺 DC との交点を G とする。また，辺 AD の延長上に AD＝DH となる点 H をとり，H と G を結ぶ。次の (1)，(2) に答えなさい。

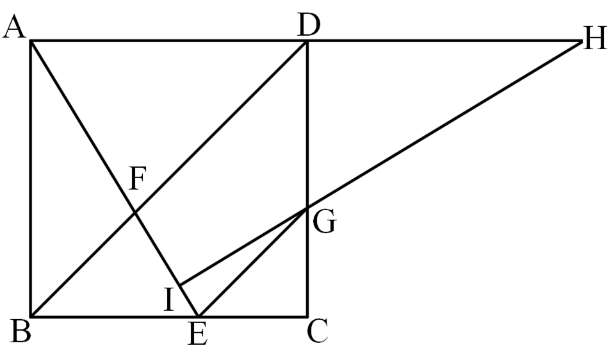
図１



(1) △ABE≡△HDG を証明しなさい。

(2) 図２のように，HG の延長と AE との交点を I とする。∠BAE＝30°のとき，四角形 IECG の面積を求めなさい。

図２



【解答例】

（1）（6 点）

△ABE と△HDG で，AB＝AD＝DH より，
AB＝HD【1 点】…①，∠ABE＝∠HDG＝90°　【1 点】…②
△BCD が BC＝DC の直角二等辺三角形で，BD//EG より，同位角が等しいから，∠CEG＝∠CGE＝45°　【1 点】
△CEG は直角二等辺三角形だから，EC＝GC【1 点】
また，BE＝BC－EC，DG＝DC－GC から，BE＝DG【1 点】…③
①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，
△ABE≡△HDG【1 点】

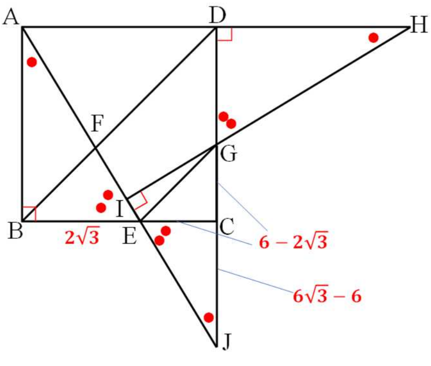
（2）（4 点）

四角形 IECG＝正方形 ABCD－（△ABE＋四角形 AIGD），△ABE≡△HDG より，△ABE＋四角形 AIGD＝△HDG＋四角形 AIGD＝△HAI

HA＝12 cm，∠HAI＝60°，∠AHI＝30° だから，△HAI＝$18\sqrt{3}$

四角形 IECG＝**$36-18\sqrt{3}$ cm^2**

＜思いつかなかった人用＞



図の●＝30°

直線 AE と直線 DC の交点を J とする。

AB＝6 より，

$$BE=\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3},\ EC=6-2\sqrt{3}$$

$$CJ=\sqrt{3}\left(6-2\sqrt{3}\right)=6\sqrt{3}-6,$$

$$\triangle CJE=\frac{\sqrt{3}}{2}\left(6-2\sqrt{3}\right)^2=24\sqrt{3}-36$$

$$JG=6\sqrt{3}-6+\left(6-2\sqrt{3}\right)=6\sqrt{3}-2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$$

よって，GI＝$2\sqrt{3}$，JI＝6 だから，$\triangle$JGI＝$6\sqrt{3}$

四角形 IECG＝$6\sqrt{3}-24\sqrt{3}+36=$ **$36-18\sqrt{3}$ cm^2**

【コメント】

（1）は中 2 でも解けますが，嫌な感じに捻ってあるので，正答率は結構低かったと思われます。いかにも公立の入試問題，そんな感じ。たぶん二等辺三角形 CFG が思いつかないか，上手く説明できない。

（2）は有名直角三角形の演習をしっかりしていれば難なく解ける問題ですが，ちょっと計算が怖いですね。途中でやめる子結構いそう。

【作成】　高校入試　数学　良問・難問　https://hokkaimath.jp/