気分的な大学入試問題 6

出典：2004 年度　センター試験 IA　数列

（1）

整数からなる等比数列 $\{a_n\}$ が，$a_1+a_2=32$，$a_4+a_5=864$ を満たしている。このとき，

$a_n=\boxed{\text{ア}}\cdot\boxed{\text{イ}}^{n-1}$ であり，

$$\sum_{k=1}^{n}(a_k+4k-2)=\boxed{\text{ウ}}\cdot\boxed{\text{エ}}^{n}+\boxed{\text{オ}}n^2-\boxed{\text{カ}}$$

となる。

（2）

分数 $\dfrac{9}{37}$ を小数で表したときに小数第 n 位に現れる数を b_n とする。すべての自然数 n に対して，$b_{n+p}=b_n$ となる最小の自然数 p は $\boxed{\text{キ}}$ であり，

$\displaystyle\sum_{k=1}^{100}b_k=\boxed{\text{クケコ}}$ である。

【解答例】

※配点　5 点×4

（1）

初項 a，公比 r とすると，

$a_1 = a,$，$a_2 = ar$，$a_4 = ar^3$，$a_5 = ar^4$

と表されるから，条件より，

$a(r+1) = 32,$，$ar^3(r+1) = 864$

となり，$r+1 = \dfrac{32}{a}$ を代入して，

$32r^3 = 864$　$r^3 = 27$　整数からなる等比数列だから，

$r = 3.$

$a = 8$ となるから，$a_n = \mathbf{8 \bullet 3^{n-1}}$

$$\sum_{k=1}^{n}(a_k + 4k - 2)$$

$$= 8 \bullet \frac{3^n - 1}{3 - 1} + 2n(n+1) - 2n$$

$$= \mathbf{4 \bullet 3^n + 2n^2 - 4}$$

（2）

$$\frac{9}{37} = 0.243243\ldots = 0.\dot{2}4\dot{3}$$

だから，最小の自然数 p＝**3**.

100＝3×33＋1 なので，

$$\sum_{k=1}^{100} b_k = (2+4+3) \times 33 + 2 = \mathbf{299}$$

【コメント】

センター試験にしては非常に簡単な問題です。（ただし，（2）で変に考えるとアウトかも。）

高校 2 年で学習中の生徒に解かせるとよいかも。