

## 立方体の軌跡

範囲：中 1, 3 図形

難易度：★★★★★

得点

/9

出典：2010 年度 北海道

下の図 1 のように、1 辺の長さが 4 cm の立方体 ABCD-EFGH が平面 P の上にあります。辺 CD の中点を M とします。この立方体に、次の【1】、【2】の操作を順に行います。図 2 は、【1】の操作を行った後の立方体です。このとき、次の (1)、(2) に答えなさい。ただし、円周率は  $\pi$  を用いなさい。

**【1】** 辺 EF を軸として、2 点 A, B が平面 P 上の点となるように、 $90^\circ$ まわす。

**【2】** 【1】によって動いた図 2 の立方体の辺 AE を軸として、2 点 D, H が平面 P 上の点となるように  $90^\circ$ まわす。

図 1

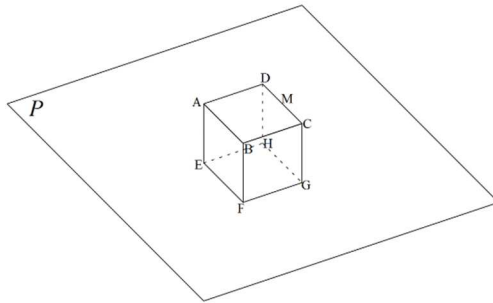
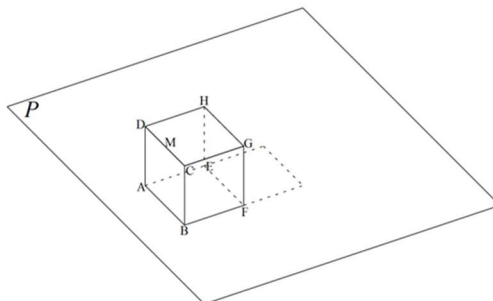


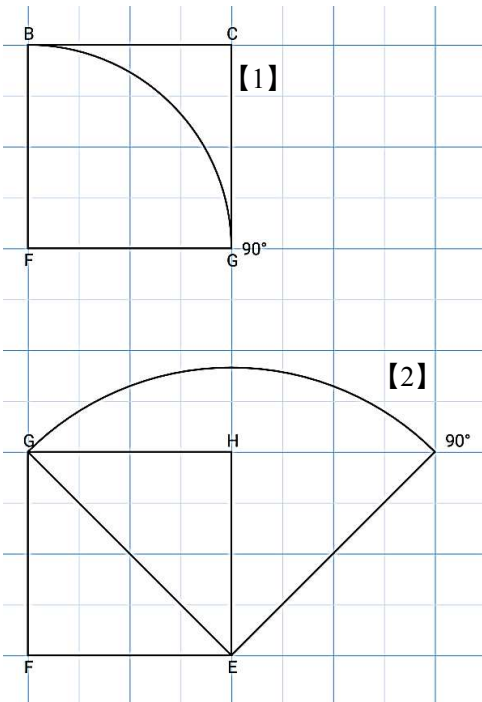
図 2



- (1) 【1】，【2】のそれぞれの操作によって，点  $G$  が動いてできた弧の長さの和を求めなさい。
- (2) 【1】，【2】のそれぞれの操作によって，線分  $DM$  が動いて出来た図形の面積の和を求めなさい。

【解答例】

(1) (4点) 正答率 2.6%



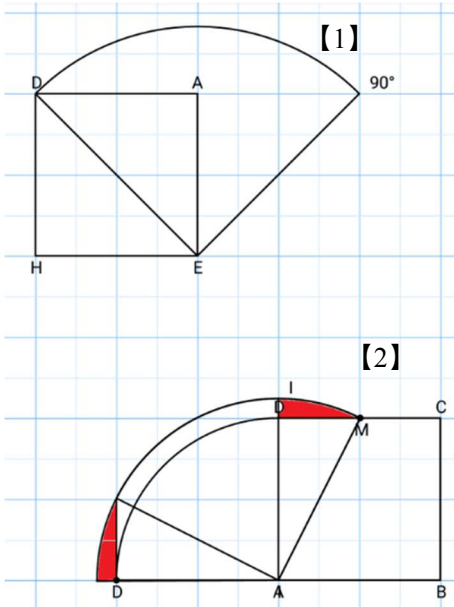
【1】～【2】の操作で、左図のよ  
うに動く。

$$\text{【1】 } 8\pi \times \frac{1}{4} = 2\pi$$

$$\text{【2】 } 8\sqrt{2} \times \frac{1}{4} = 2\sqrt{2}\pi$$

合計  $(2 + 2\sqrt{2})\pi$  cm

(2) (5点) 正答率 0.0%



【1】～【2】の操作で、左図のように動く。

【1】は、DもMも、円弧の一部を描く。したがって、DMが縦の長さ、Dが作る弧が横の長さの長方形となるので、面積は、 $2 \times 2\sqrt{2}\pi = 4\sqrt{2}\pi$

【2】は、赤い（網掛け）部分の面積が同じなので、結局おうぎ形の面積を求めればよい。

線分AMによるおうぎ形の面積

$$AM = \sqrt{16 + 4} = 2\sqrt{5} \text{ cm}$$

$$2\sqrt{5} \times 2\sqrt{5} \times \pi \times \frac{1}{4} = 5\pi$$

線分ADによるおうぎ形の面積

$$4 \times 4 \times \pi \times \frac{1}{4} = 4\pi$$

$$5\pi - 4\pi = \pi$$

$$\text{合計面積は、} (1 + 4\sqrt{2})\pi \text{ cm}^2$$

【コメント】

問題自体は（自分で図を描くのが大変ですが）、正答率 0% レベルの問題ではありません。ただ、この年の入試、この最後の問題にたどり着くまでがえげつなかった.....。

【作成】

高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>