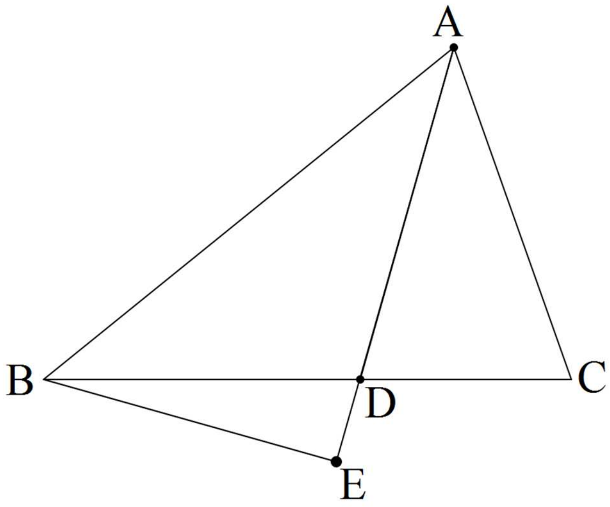
芸術的な高校入試第７回

出典：2010 年度　鹿児島ラ・サール（高校）	
難易度：★★★★★☆	美しさ：★★★★☆☆
総試験時間：90 分	配点：7 点/100 点？

下の図のように AB＝3，AC＝2 の△ABC があります。∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とします。直線 AD 上に，∠AEB＝90°となるように，点 E をとります。次の問いに答えなさい。



問 1　AD：DE を求めなさい。

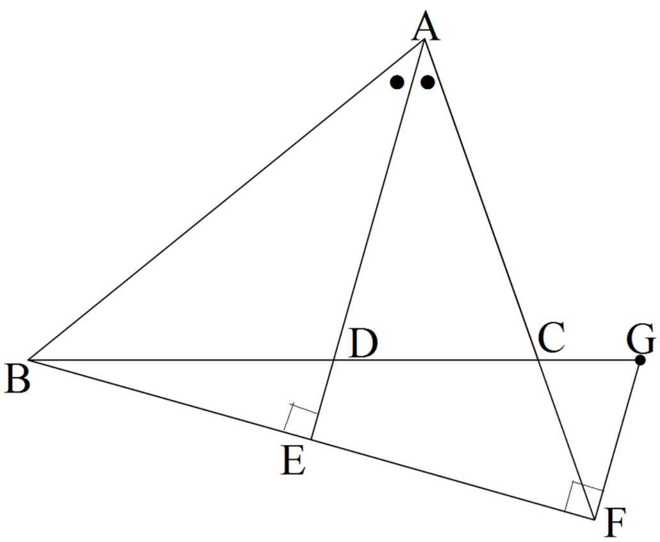
問 2　△ADC と△BDE の面積比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

【コメント 1】

まず，角の二等分線と，垂直から，あの図形を思い出さなくてはなりません。問 1 が鬼門で，上手く補助線を引けるか，または（中学範囲では）ズルをするかどちらかです。ベクトル使うと楽になる高校入試はよくある話ですね。

【解答例】

∠A 二等分線，∠AEB＝90° より，BE，AC を延長し交点を F とすると，△ABF は二等辺三角形ということに気づかなくてはならない。



問 1

（解法 1：たぶんラ・サールの想定解答）

△ABF は二等辺三角形，AC＝2 だから，FC＝1…（1）

点 F から ED に平行な直線を引き，直線 DC との交点を G とする。△ADC∽△FGC で，（1）より相似比は，2：1。

よって，AD：FG＝2：1＝4：2…（2）

点 E は BF の中点だから，中点連結定理より，

DE：FG＝1：2…（3）

（2）（3）より，**AD：DE＝4：1**

（解法 2：ラ・サール受験生ならベクトル？）

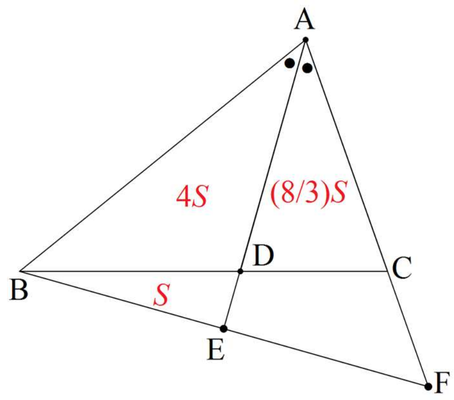
$$\overrightarrow{AD}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\times\left(\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}\right)=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$$

と表せるから，

$|\mathrm{AD}|:|\mathrm{AE}|=4:5$となるので，**AD：DE＝4：1**

問 2



△BDE の面積を S とすると，AD：DE＝4：1 より，

△ABD＝4S

AD は，∠A の二等分線なので，

AB：AC＝BD：DC＝3：2 だから，

$$\triangle\mathrm{ADC}=4S\times\frac{1}{3}\times 2=\frac{8}{3}S$$

したがって，

$$\triangle\mathrm{ADC}:\triangle\mathrm{BDE}=\frac{8}{3}S:S=\mathbf{8:3}$$

【コメント 2】

問 1 さえ解ければ，問 2 は余裕，誰でも解けます。サービス問題ですね。角の 2 等分線公式は案外覚えやすいですが，まさかそこで二等辺三角形を出すとは思えないでしょう。

ベクトルを覚えておくと，たまに高校入試楽です。まあ現実的ではないですが。

高校数 B からベクトル削除されるらしいですね。理系だけやるそうで。まあ気持ちは分かります。

【作成者】

https://hokkaimath.blog.fc2.com/