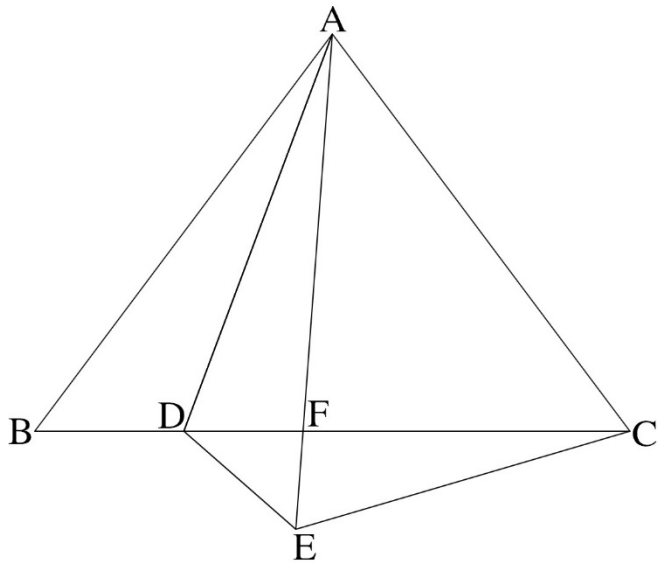


芸術的な高校入試第 19 回

出典：2014 年度 大阪府 B	
難易度：★★★★★☆☆	美しさ：★★★★★☆☆
総試験時間：50 分	配点：16 点/70 点

図 II において、 $\triangle ABC$ は $AB=AC=7\text{ cm}$, $BC=12\text{ cm}$ の二等辺三角形である。D は辺 B, C 上にあつて、B, C と異なる点である。BD=3 cm とし、A と D とを結ぶ。

E は直線 AD について B と反対側にある点であり、 $\triangle AED \equiv \triangle ABD$ である。E と C とを結ぶ。F は線分 AE と辺 BC との交点である。次の問いに答えなさい。



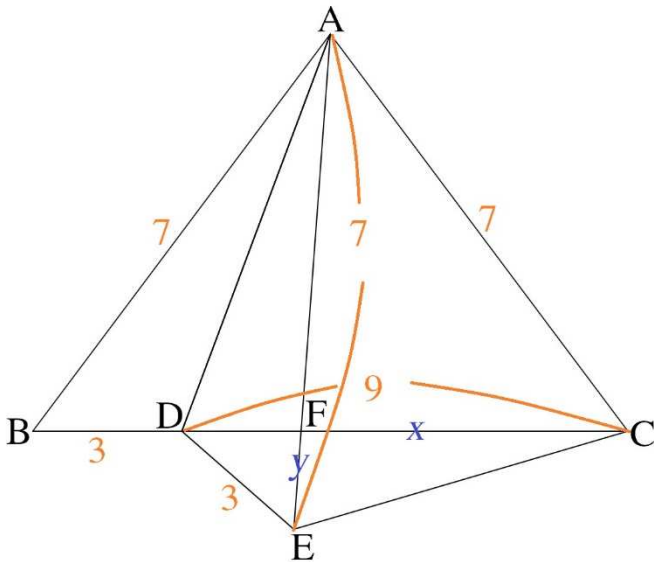
- ① $\triangle ADF \sim \triangle CEF$ であることを証明しなさい。
- ② 線分 FC の長さを求めなさい。
- ③ 線分 EC の長さを求めなさい。

【解答例】

① (8点)

△ADF と △CEF において、
 $AB=AC$ より二等辺三角形の底角は等しいから、
 $\angle ABD = \angle ACD$
 $\triangle AED \cong \triangle ABD$ より、 $\angle ABD = \angle AED$
 よって、 $\angle ACD = \angle AED$ で、2点 C, E が直線 AD
 について同じ側にあるから、4点 A, D, E, C は同
 一円周上にある。
 したがって、同じ弧に対する円周角は等しいから、
 $\angle ADF = \angle CEF \dots ①$ $\angle DAF = \angle ECF \dots ②$
 ①, ②より2組の角がそれぞれ等しいから、
 $\triangle ADF \sim \triangle CEF$

② (4点)



条件より、辺の長さは上図のようになる。
 $\triangle DEF \sim \triangle ACF$ より、 $CF=x$, $EF=y$ と置くと、
 $3:7 = y:x = (9-x):(7-y)$

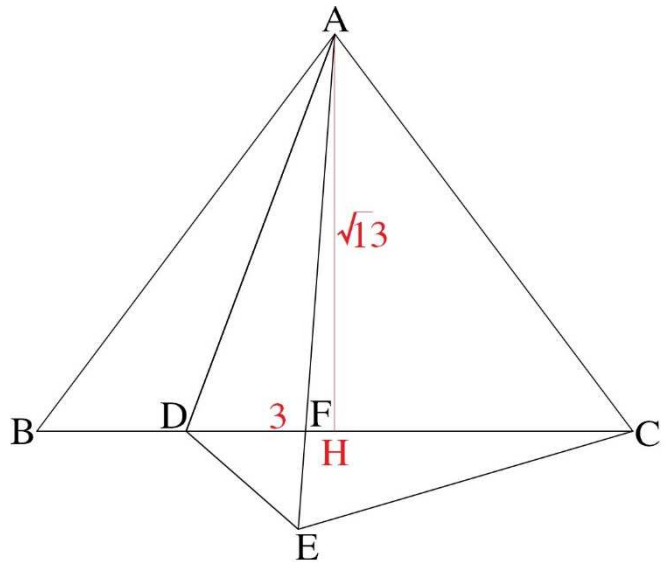
よって、 $y = \frac{3}{7}x$ となるから、

$$3:7 = (9-x) : \left(7 - \frac{3}{7}x\right)$$

$$63 - 7x = 21 - \frac{9}{7}x \quad 42 = \frac{40}{7}x \quad x = \frac{147}{20}$$

$$FC = \frac{147}{20} \text{ cm}$$

③ (4点)



点 A から辺 BC に垂線を下ろし、交点を H とする。

$$AH = \sqrt{49 - 36} = \sqrt{13} \quad DF = 3 \quad \text{より、}$$

$$AD = \sqrt{9 + 13} = \sqrt{22}$$

$\triangle ADF \sim \triangle CEF$ で、②より、

$$DF:FC = \frac{33}{20} : \frac{63}{20} = 11:21 \quad \text{より、}$$

$$EC = \sqrt{22} \times \frac{21}{11} = \frac{21\sqrt{22}}{11} \text{ cm}$$

【コメント】

図はシンプルですが、①は意外な証明、②は連立方程式で比の利用、③で三平方の定理と、様々なことが問えます。さすが大阪府という感じの問題ですね。しかも、そこまで計算面倒くさくないのもポイントです。

【プリント作成】芸術的な難問・良問数学

<http://hokkaimath.blog.fc2.com/>