

上位層は秒殺な図形と関数

範囲：中3関数

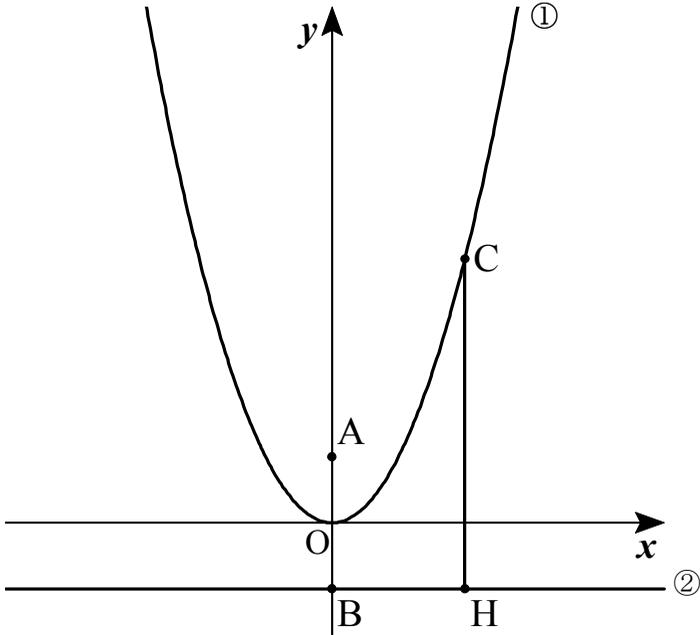
難易度：★×4

得点

/14

出典：2014年度 石川県

下の図において、①は関数 $y=ax^2$ ，②は方程式 $y=-1$ のグラフであり、2点 A, B の座標はそれぞれ A (0, 1), B (0, -1) である。C は①のグラフ上の点で x 座標が正であり、C から②のグラフに垂線をひき、その交点を H とする。このとき、次の (1) ~ (3) に答えなさい。



(1) ①のグラフ上の点 C の座標が (4, 2) であるとき、 a の値を求めなさい。

(2) $a=\frac{1}{4}$ とする。線分 AH の長さが 3 のとき、点 C の座標を求めなさい。

なお、途中の計算も書くこと。

(3) $a=1$ とし、直線 AC と②のグラフとの交点を P とする。P の x 座標が負で、 $\triangle APB$ と四角形 ABHC の面積の比が 4 : 21 となるとき、直線 AC の式を求めなさい。なお、途中の計算も書くこと。

【解答例】

(1) (3点)

$$2 = 16a \quad a = \frac{1}{8}$$

(2) (5点)

H ($t, -1$) と置くと, $AB=2$, $BH=t$ だから,

$$AH = \sqrt{4+t^2} = 3 \quad t > 0 \text{ より } t = \sqrt{5}$$

$$y = \frac{1}{4}x^2 \text{ に代入し, } y = \frac{5}{4} \quad C(\sqrt{5}, \frac{5}{4})$$

(3) (6点)

$\triangle CHP =$ 四角形 $ABHC + \triangle ABP$ だから, $\triangle ABP : \triangle CHP = 4 : 25$

$\triangle ABP \sim \triangle CHP$ なので, 相似比が $\sqrt{4} : \sqrt{25} = 2 : 5$ となる。

よって, $AB : CH = 2 : 5$, $AB=2$ だから, $CH=5$

C の y 座標は $-1+5=4$, C の x 座標は正であるので, $C(2, 4)$

直線 AC は傾きが $\frac{4-1}{2-0} = \frac{3}{2}$, 切片が 1 なので, $y = -\frac{3}{2}x + 1$

【コメント】

高校入試の関数問題は、どちらかと言うと図形と結びつけることの方が多いのですが、それはその典型題ですね。(2) は三平方, (3) は相似と結びつけています。ある程度演習した中学生ならすぐ解けますね。上位層はこの程度の問題は練習して秒杀できるようにならなくてはなりません。札幌なら、札幌南～札幌東の受験生は秒杀できないと高校入ってから辛いですね。

記述は中学生には難しいのですが、(3) は最低限 $y = -\frac{3}{2}x + 1$ の部分書いてあれば大丈夫でしょう、たぶん。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>