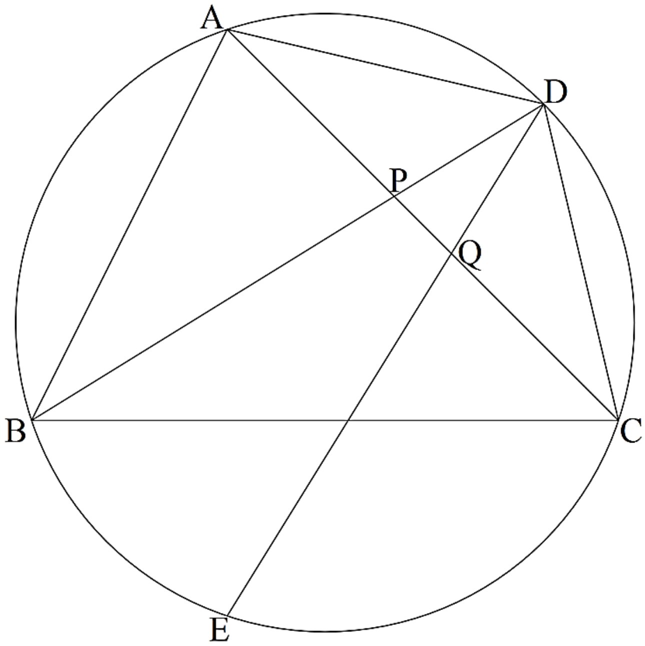
芸術的な高校入試第 10 回

出典：2014 年度　沖縄県	
難易度：★★★★☆☆	美しさ：★★★☆☆☆
総試験時間：50 分	配点：5 点/60 点

円周上の 3 点 A，B，C を頂点とする△ABC について，∠B の二等分線と円との交点を D とし，∠ADB=∠CDE となる点 E を円周上にとる。また線分 BD，ED と辺 AC との交点をそれぞれ P，Q とる。次の問いに答えなさい。



問 1　△ADP≡△CDQ を証明しなさい。

問 2　AB＝9 cm，BC＝12 cm，AC＝14 cm のとき，PQ の長さを求めなさい。

【解答例】

問 1（3 点）

△ADP と△CDQ において
仮定より∠ADP=∠CDQ…①

円周角の定理より，
弧 AD に対する円周角は等しいから，
∠ABD=∠ACD
弧 CD に対する円周角は等しいから，
∠CBD=∠CAD
仮定より∠ABD=∠CBD なので，∠ACD=∠CAD，すなわち∠DAP=∠DCQ…②

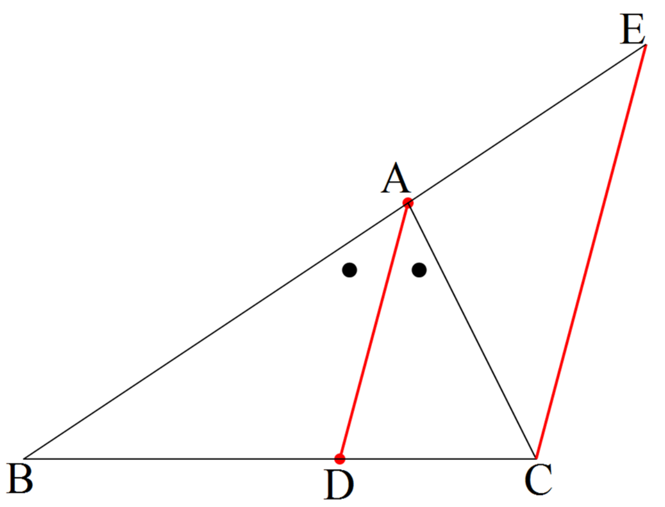
ゆえに，△DAC は二等辺三角形なので，
DA=DC…③

①～③より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，△ADP≡△CDQ

問 2（2 点）

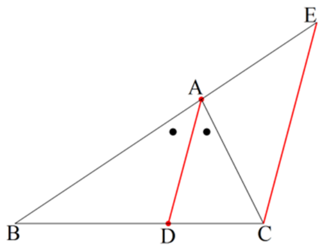
AB：BC=9：12=3：4=AP：PC
AC=14 cm なので，AP=6 cm，PC=8 cm
△ADP≡△CDQ だから，AP=CQ=6 cm
ゆえに，PQ=14－12=**2 cm**

【Point】



△ABC において，角 A の二等分線を引き，辺 BC との交点を D とする。このとき，
AB：AC＝BD：DC　（左：右＝左：右！）

【証明】



点 C から，線分 DA に平行な直線を引き，直線 BA との交点を E とする。
AD//EC より，平行線の錯角，同位角は等しいから，
∠DAC＝∠ACE
∠DAB＝∠AEC
仮定より，∠DAC＝∠DAB だから，∠ACE＝∠AEC
したがって，2 つの角が等しいから，△ACE は二等辺三角形なので，AC＝AE…①
平行線と線分の比より，AB：AE＝BD：DC，すなわち，**AB：AC＝BD：DC**

【コメント】

高校数学でも覚えやすいから永遠とまとわりつく公式です。生きている限りは一生覚えていなければなりません。
今回の沖縄の問題は，図は美しくないですが，「丁度良い問題」だったので紹介しました。ただ配点厳しいですね。

【作成者】

https://hokkaimath.blog.fc2.com/