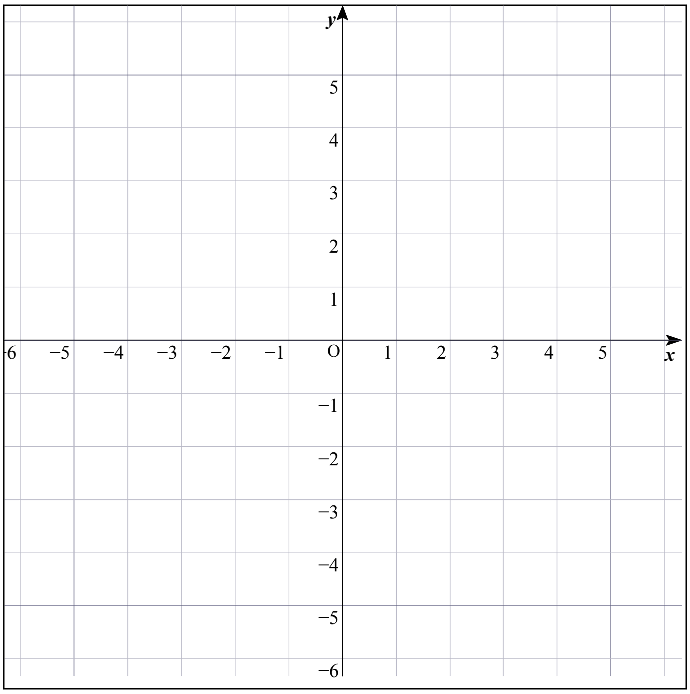
芸術的な高校入試第２回

出典：2015 年度北海道　裁量問題　大問 5	
難易度：測定不能	美しさ：★★★★★★
総試験時間：45 分	配点：7 点/60 点

大小 2 つのさいころを同時に投げ，下の図にルール I またはルール II にしたがって点 P をとります。点 O は原点とします。次の問いに答えなさい。



（ルール I）

> 点 P の x 座標は，大きいさいころの出た目の数とし，点 P の y 座標は，小さいさいころの出た目の数とします。
> 例えば，大きいさいころの出た目の数が 1，小さいさいころの出た目の数が 2 のとき，点 P は（1，2）となります。

（ルール II）

> 点 P の x 座標は，大きいさいころの出た目の数が偶数ならばその数とし，奇数ならばその数の符号を負とした数とします。また，点 P の y 座標は，小さいさいころの出た目の数が偶数ならばその数とし，奇数ならばその数の符号を負とした数とします。
> 例えば，大きいさいころの出た目の数が 1，小さいさいころの出た目の数が 2 のとき，点 P は（−1，2）となります。

(1)　ルール I にしたがうとき，点 P が関数 $y=\dfrac{6}{x}$ のグラフ上の点になる確率を求めなさい。

(2) ルール II にしたがうとき，点 P と点 $\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$ との距離が 5 以下になる確率を求めなさい。

【コメント 1】

（1）は舐めた問題である。しかし正答率低めなのは，最後らへんの問題であることと，数えミスであろう。問題は（2）である。一見非常に面倒くさそうな問題だが，この入試は「高校入試」ということを思い出してほしい。そう。アレを使えば瞬殺である。

【解答例】

（1）（3 点）正答率 68.3%

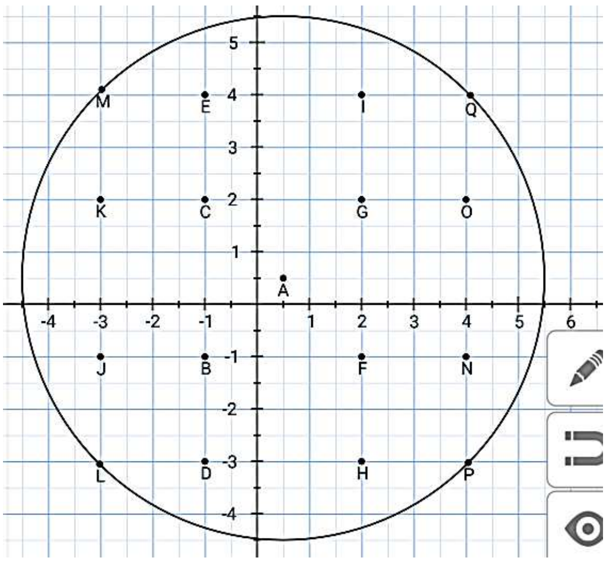
$xy=6$ となる (x, y) の組は，(1, 6)（2, 3)（3, 2)（6, 1) の 4 通り。

$\mathbf{\frac{1}{9}}$

（2）（4 点）正答率 12.3%

大学入試を経験し心が汚くなると，すぐ三平方の定理とかも用いようとするであろう。しかし，これは高校入試である。

コンパスを持っているので，以下のような図を描けば良い。



16 通りあるから，

$\frac{16}{36}=\mathbf{\frac{4}{9}}$

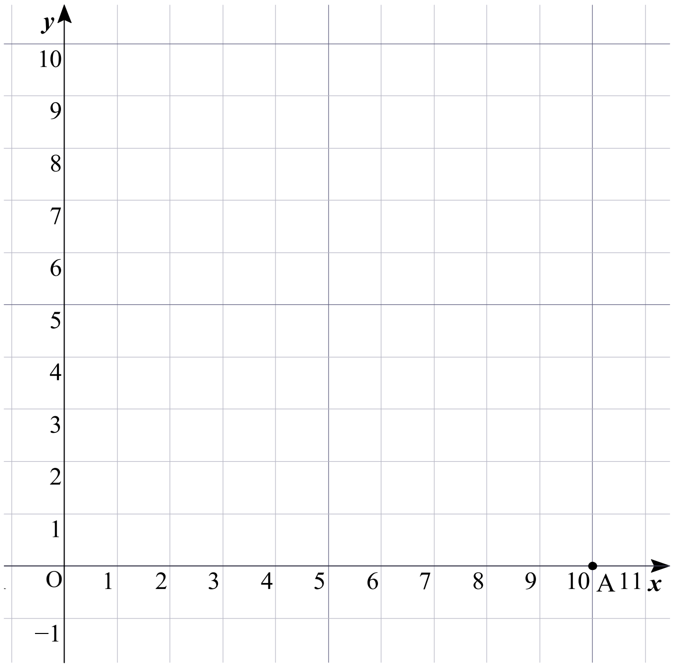
【コメント 2】

この問題の凄い所は，高校入試という箱舟を利用し，コンパスを使えるかという柔軟な発想を求めたところである。コンパスなんて，普通は作図でしか使わない。というか作図以外で見たことが無い。それを，方眼紙＋コンパスを用いれば，面倒な計算問題を瞬殺できるという例題を示したという点で偉大である。（もしかしたらどこかの都道府県が既にやっているのかもしれないが。）

高校入試に限れば，史上最強の入試問題であろう。別にこの問題グラフ用紙なんて書く必要ないのである。（印刷代をケチっているのか知らないが，普段極力図を描かない北海道にしては良いサービスである。）何のためにグラフ用紙が印刷されているのか，手に持っているコンパスは……。12.3%の受験生が柔軟な発想を手に入れたらしいが，流石すぎる。

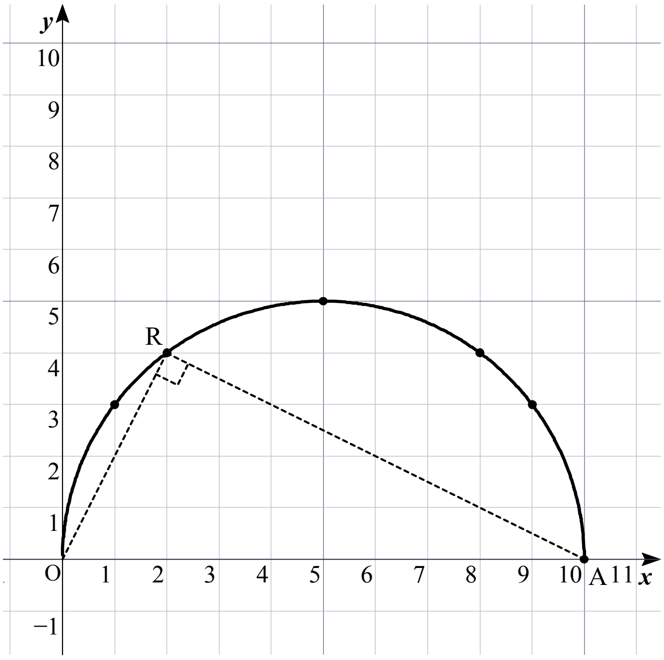
どうせなら類題を作ってみよう。

【類題】



2 つの箱 P，Q があり，それぞれの箱には 1 から 10 までの自然数が書かれたカードが入っています。P，Q からそれぞれ 1 枚ずつカードを引き，P から引いたカードに書かれた自然数を点 R の x 座標，Q から引いたカードに書かれた自然数を点 R の y 座標とします。∠ORA＝90° となる確率を求めなさい。

【類題の解答例】



90° ときたら，円周角の定理を思い出す必要があります。ベクトルの内積とかは使いません高校入試だもん。頭を高校入試にしましょう。

OA を直径とする半円を描きます。半円と，格子点（x 座標と y 座標がともに整数となる点）との交点を数えると 5 通り。

カードの引き方は 10×10＝100 通りあるので，求める確率は，

$$\frac{5}{100}=\boldsymbol{\frac{1}{20}}$$

【作成者】

https://hokkaimath.blog.fc2.com/