

芸術的な高校入試第 12 回

出典：2015 年度 高知県

難易度：★★★★☆☆

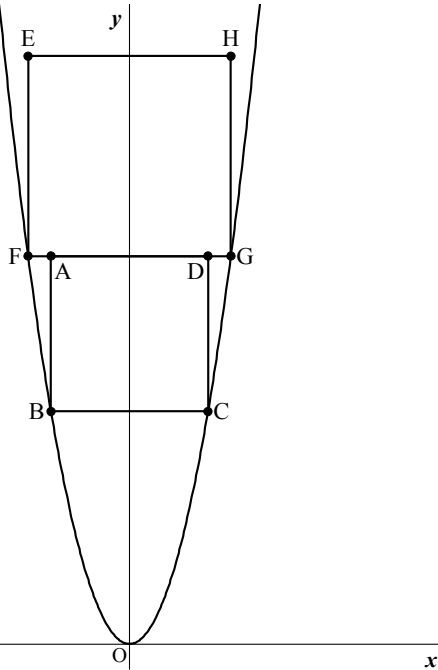
美しさ：★★★★★☆☆

総試験時間：???

配点：???

2 次関数 $y = x^2 \dots ①$ のグラフがあります。①上に点 B, C, F, G を、四角形 ABCD と四角形 EFGH が x 軸と y 軸に平行な辺を持つ正方形となるように取ります。また、点 A, D は辺 FG 上の点です。点 C の x 座標を 3 とします。点 O は原点とします。

次の問いに答えなさい。



- 問 1 点 B の座標を答えなさい。
- 問 2 正方形 EFGH の面積を求めなさい。
- 問 3 ①上に、点 J, K を辺 BC 上に点 I, L をとり、 x 軸と y 軸に平行な辺を持つ正方形 IJKL を作ります。このとき、正方形 IJKL の 1 辺の長さを求めなさい。ただし、点 L の x 座標を $s (s > 0)$ とすること。(途中計算も書くこと。)

無限正方形 正答例

範囲： $y=ax^2$ グラフ | 難易度：★★★★☆

問1 (3点)

点Cと点Bはy軸に関して対称。

B(-3,9)

問2 (3点)

正方形 ABCD の1辺の長さは $2 \times 3 = 6$ である。

Gのy座標は $9 + 6 = 15$ となる。よって、x座標は $\sqrt{15}$
よって、正方形 EFGH の面積は

$$(2\sqrt{15})^2 = \mathbf{60}$$

問3 (4点)

$L(s, 9)$ と置ける。すると、 $I(-s, 9)$ と表せるから、1
辺の長さは、 $2s$ 。

すると、点J, Kのy座標が $9 - 2s$ と表せる。点Kのx座
標は、 $9 - 2s = x^2 \quad x = \sqrt{9 - 2s}$

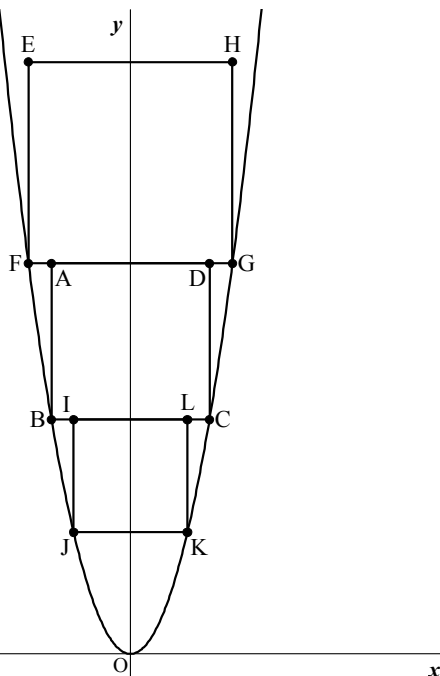
正方形の4つの辺は等しいから、【方程式2点】

$$2s = 2\sqrt{9 - 2s} \quad 4s^2 = 4(9 - 2s) \quad s^2 = 9 - 2s$$

$$s^2 + 2s - 9 = 0 \quad (s + 1)^2 = 10$$

$$s > 0 \text{ より } s = -1 + \sqrt{10} \text{ 【1点】}$$

$$\text{よって、1辺の長さは、} \mathbf{-2 + 2\sqrt{10}} \text{ 【1点】}$$



※配点が調べられなかったため、とりあえず北海道と
同じにしている。

【コメント】

問1は常識。

問2は、月寒旭丘レベルの人は、素早く滑らかに解
けてほしい。

問3、南北の人は解けないと厳しいね。入学してか
ら。 (文字式に慣れよう。)

正方形を味わい尽くす問題でした。

【無駄なコメント】

高校2年の数列の問題に転用できそうですね。

【作成】 <https://hokkaimath.blog.fc2.com/>