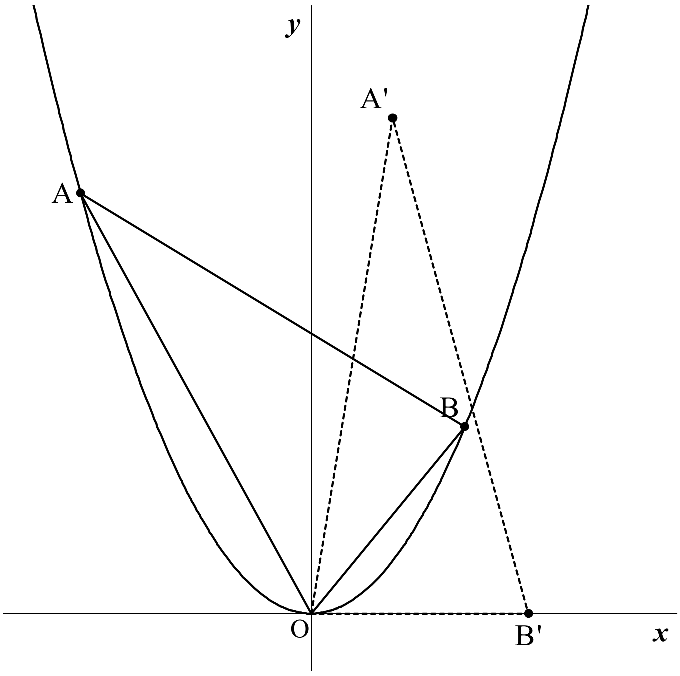
芸術的な高校入試第 17 回

出典：2017 年度　国立高等専門学校	
難易度：★★★★☆☆	美しさ：★★★★★☆
総試験時間：50 分	配点：15 点/100 点

下の図のように，関数$y=\frac{1}{4}x^2$のグラフ上に 2 点 A，B がある。A，B の x 座標をそれぞれ−6，4 であるとき，次の各問いに答えなさい。



（1）直線 AB の式を求めなさい。

（2）△AOB の面積を求めなさい。

（3）△AOB を原点 O を回転の中心として，時計の針の回転と同じ向きに，点 B が初めて x 軸上にくるまで回転移動させる。この移動によって，点 B が B’に，点 A が A’にきたとき，A’の座標を求めなさい。

【解答例】

（1）（5 点）

A（−6, 9），B（4, 4）である。

傾き $\dfrac{5}{-10}=-\dfrac{1}{2}$，$(4,4)$ を通るから，

$y=-\dfrac{1}{2}(x-4)+4$，すなわち $\boldsymbol{y=-\dfrac{1}{2}x+6}$

（2）（4 点）

AB と y 軸との交点 C（0, 6）とすると，

△OAB＝△OCA＋△OCB

$=\dfrac{1}{2}\times 6\times 6+\dfrac{1}{2}\times 6\times 4=\mathbf{30}$

（3）（3 点×2）

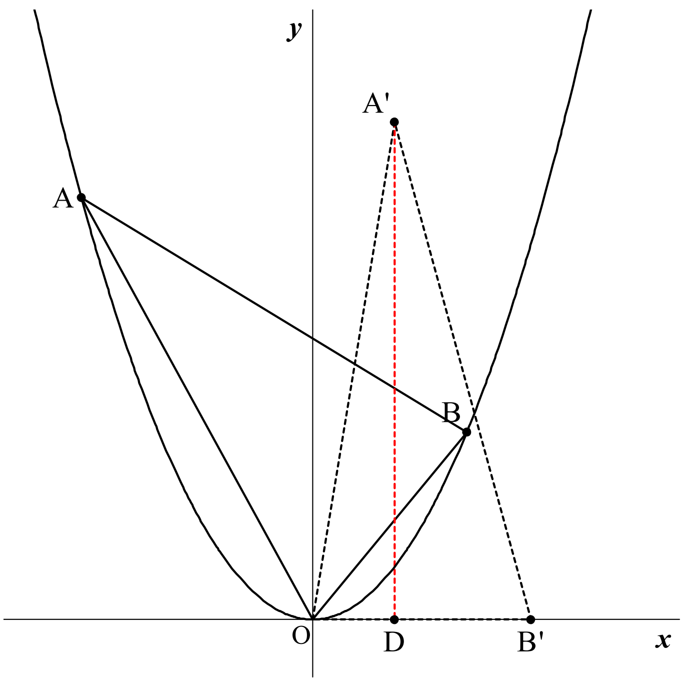
OB＝OB’＝$4\sqrt{2}$なので，△A’OB’において，A’から x 軸に下ろした垂線の長さ h は，

$\dfrac{4\sqrt{2}h}{2}=30$　$h=\dfrac{15\sqrt{2}}{2}$　A′のy座標は$\dfrac{15\sqrt{2}}{2}$

$\mathrm{OA}=\mathrm{OA}'=\sqrt{36+81}=3\sqrt{13}$なので，A′の$x$座標を$t$とすると，

$t^2+\dfrac{225}{2}=117$　$t^2=\dfrac{9}{2}$　$t>0$ より，$t=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

$\mathbf{A'\left(\dfrac{3\sqrt{2}}{2},\dfrac{15\sqrt{2}}{2}\right)}$



【コメント】

（1），（2）は確実に解かなくてはならない問題です。（3）が実に面白い問題です。回転移動で，さらに∠BOB’＝45°なので，この 45°を利用したくなりますが，利用しないで解けます。解法を見ると「何だそれだけ」となりますが，思いつけるかどうか。

【プリント作成】芸術的な難問・良問数学

http://hokkaimath.blog.fc2.com/