

接する球

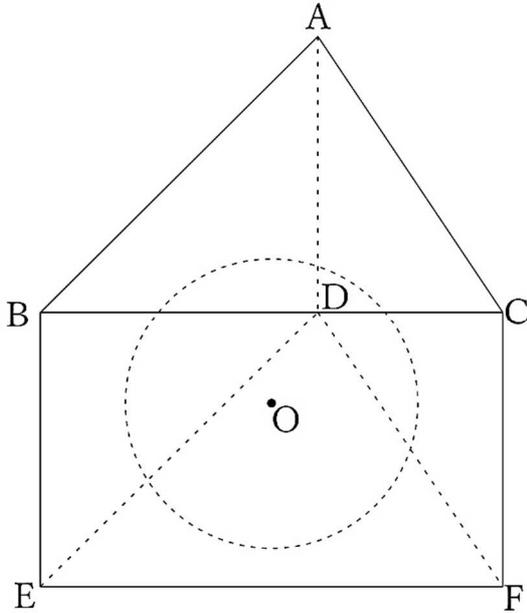
範囲：中3立体図形

難易度：★★★★☆

得点 _____ /7

出典：2018年度愛知県B

下の図は、A, B, C, D, E, Fを頂点とする立体は底面の $\triangle ABC$, $\triangle DEF$ が正三角形の正三角柱です。また、球Oは正三角柱ABCDEFに丁度入っています。球Oの半径を2 cm とするとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 球Oの表面積を求めなさい。
- (2) 正三角柱ABCDEFの体積を求めなさい。

接する球 解答例

範囲：中3 立体図形

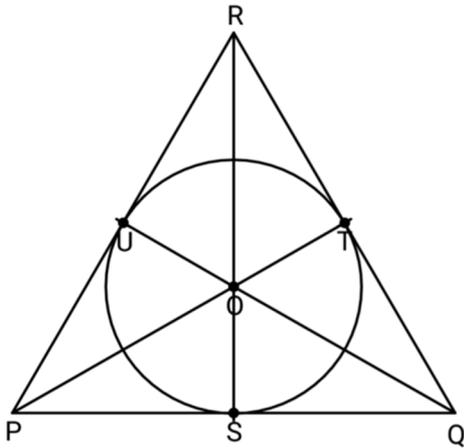
難易度：★★★★☆

(1) (3点)

$$4\pi r^2 = 4\pi \times 2^2 = 16\pi \text{ cm}^2$$

(2) (4点)

球の断面図のうち、中心 O を通る円は、正三角形に接する。



上の図で考える。ある点から円へ接線を引くと、長さは等しくなる。よって、上の図の場合、 $\triangle PSO \equiv \triangle PUO$ なので、 $OS = 2 \text{ cm}$ 、 $\angle OPS = 30^\circ$ 、 $\angle OSP = 90^\circ$ だから、 $OP = 4 \text{ cm}$ 、よって、 $OR = 4 \text{ cm}$ 。 $RS = 6 \text{ cm}$ 。

$PS = SQ = 2\sqrt{3} \text{ cm}$ なので、底面積は、

$$\frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 6 = 12\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

立体の高さは球の直径なので、 4 cm 。

答えは、 $48\sqrt{3} \text{ cm}^3$

【コメント】

ちょうどよい問題です。(1) が解けるのは当たり前として、(2) は「円が内接する三角形」について、三平方の定理や円周角で色々な問題を解いておけば、解けるはず。(ただし、計算ミスは多発!?)

【何となく似ている問題】

<https://hokkaimath.blog.fc2.com/blog-entry-66.html>

→ひたすら難しい相似証明

接線関連の問題

<https://hokkaimath.blog.fc2.com/blog-entry-90.html>

→2019 年度中3 第4 回道コン

だいたいあげつない問3

上記2 つともあげつない難易度なので注意。

最低限、この愛知県の問題は解けるようにしておくと、よいことあります。