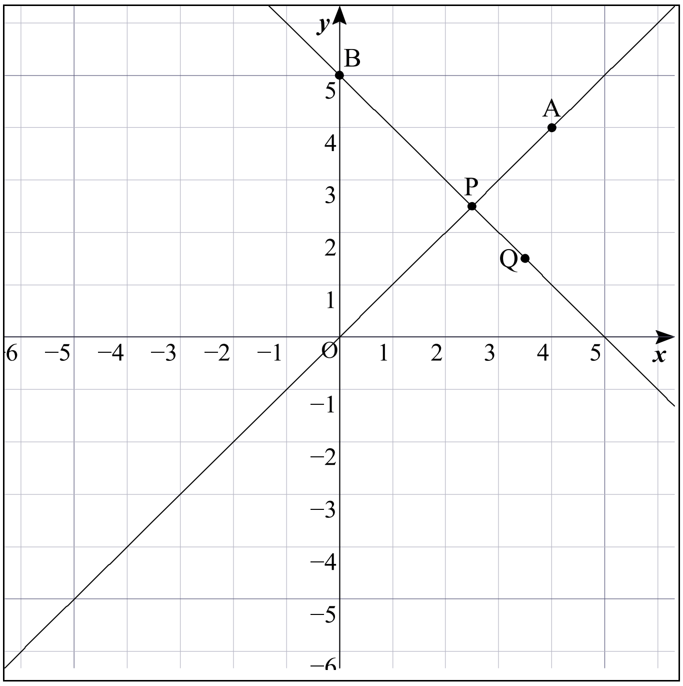
芸術的な高校入試第８回

出典：2018年度　北海道公立高校入試　裁量大問5	
難易度：★★★★☆☆	美しさ：★★★★★☆
総試験時間：45分	配点：7点/60点

下の図のように，関数　$y=x$…①のグラフがあります。①のグラフ上に点A（4, 4）をとります。点Bの座標を（0, 5）とし，線分OA上に点Pをとり，直線BP上に△OABと△OAQの面積の比が5 : 2となるように点Qを取ります。ただし，点Qのy座標は，点Pのy座標より小さいものとします。点Oは原点とします。



（1）点Pが点Oの位置にあるとき，点Qの座標を求めなさい。

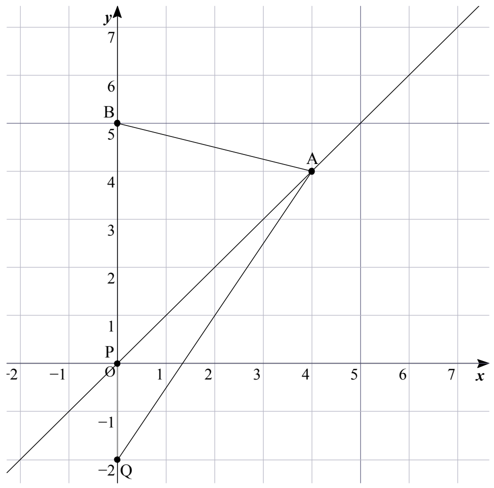
（2）点Pが線分OAを点Oから点Aまで動くとき，線分PQが動いて出来る図形の面積を求めなさい。（途中計算も書くこと）

【コメント 1】

ただの等積変形なのですが，それに気づくのがかなりきつい問題です。

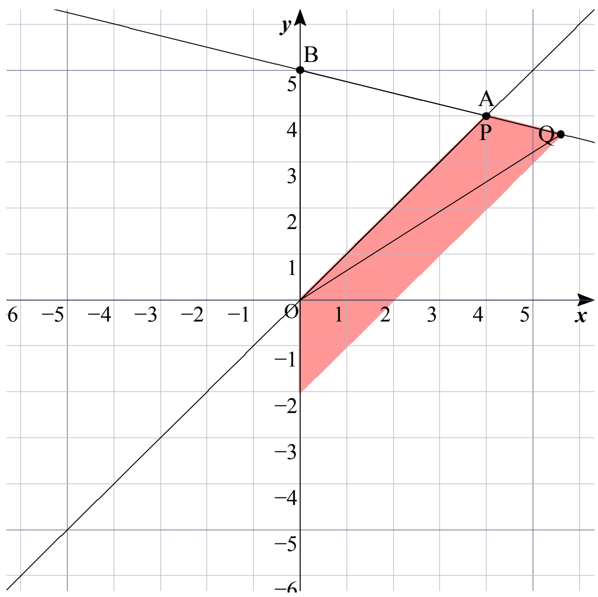
【解答例】

（1）（3 点）正答率 22.7%



直線 BP 上に点 Q はあるから，y 軸上にある。高さ共通なので，面積は底辺の比となる。BP：PQ＝5：2 となるから，**Q（0，−2）**

（2）（4 点）正答率 2.6%



P，Q 動いても，△OAB は変わらない。よって，△OAQ の点 Q は，辺 OA に平行な直線上を動けばよい。つまり，$y=x-2$ 上を動く。

Q は $y=x-2$ 上を動く。PQ が動いて出来る四角形の面積は，A から $y=x-2$ に y 軸に平行な線を書き，交点を C（4, 2）とする。動く前の Q を D，動き終わった後の Q を E と呼ぶと，E は，直線 AB : $y=-\frac{1}{4}x+5$ と，$y=x-2$ との交点なので，E$\left(\frac{28}{5},\frac{18}{5}\right)$。

求める面積＝平行四辺形 ODCA＋△ACE

$$=2\times4+\frac{1}{2}\times2\times\left(\frac{28}{5}-4\right)=8+\frac{8}{5}=\mathbf{\frac{48}{5}}$$

【コメント 2】

「直線 BP 上に△OAB と△OAQ の面積の比が 5：2 となるように点 Q を取ります。」という文面のせいで，頭から「等積変形」という言葉が無くなります。ただ，パターン化しがちな等積変形において，少しだけ捻って少し難しい問題を作成したことは誉められます。

北海道は全国的に見ても問題が簡単と言われます。（見た目の図だけは簡素なのも一因。）しかし，図が優しいほど，難しかったりしますね。

【作成者】

https://hokkaimath.blog.fc2.com/