

大学入試の共通テストの影響？なのか、高校入試においても、「グラフや図形をコンピューターに図示しています、次の問いに答えなさい」という問題が宮城県において出題されました。宮城県以外にも茨城県で出題されたいです。

ただ、高校入試、大学入試において、無理やり教育的な問題を目指そうとするあまり「それ普通の（コンピューターを使って図示するなんて書かない）出題と何ら変わらないじゃん」という問題も多いです。コンピューター図示以外でも、今の入試数学の流行なのか？状況設定が無理矢理すぎる方程式の文章題、資料の整理問題……など、思考力強化や新しい入試を、大層個性的な方法で目指す問題が多い（気がします）。今回の宮城県の問題も、教育的、コンピューターでのグラフ図示を推奨する、そんな問題をたぶん目指したみたいですが、中途半端。2にいたっては、コンピューターと先生の説明が完全に不要、文章長くなるから普通に問題せいや、そう思います。

まあ文句ばかり言っても仕方ないので、宮城県はここまで考えていたのかな？と妄想しながら、この問題を何とか教育的な問題にしようと、以下の文章を作成しました。^{*1}GRAPES の使い方も兼ねて。中高生用。

コンピューターで関数のグラフを描けるソフトはたくさんありますが、最も有名なものは「GRAPES」だと思います。たぶん。この宮城減の問題「先生がコンピューターで……スクリーンに映し出し……」と書いてあるのに、映し出された図がどうにもソフトっぽくない。新共通テストはアプリケーションみたいな図を載せていたのに！ただ図を載せるだけじゃ面白くないので、以下のような画像（GRAPES をそのまま載せるのは阿寒ので、適当にデザイン）を載せたらよかったのに。

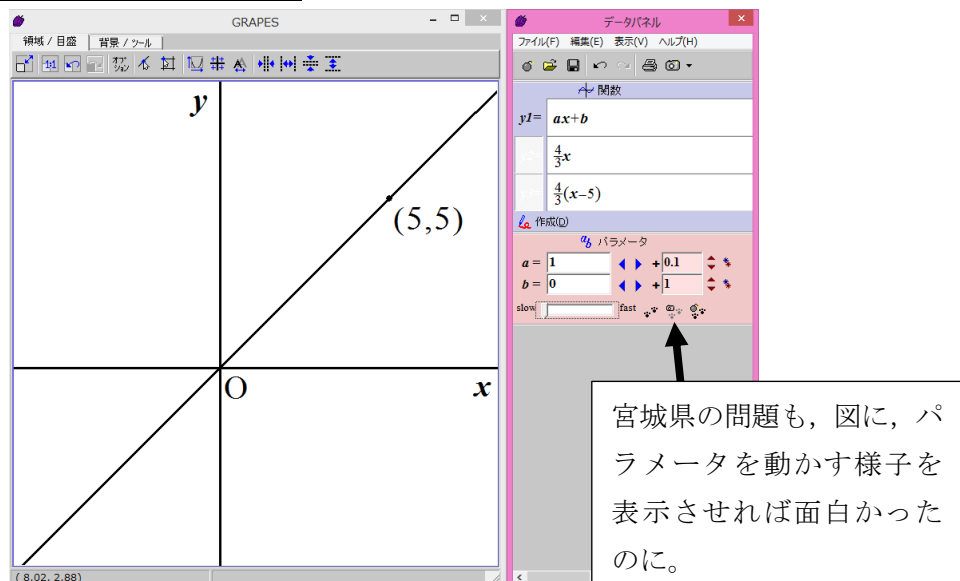
1 (3点) 切片、傾きの意味が分かっているかを問う問題

$$y = ax + b$$

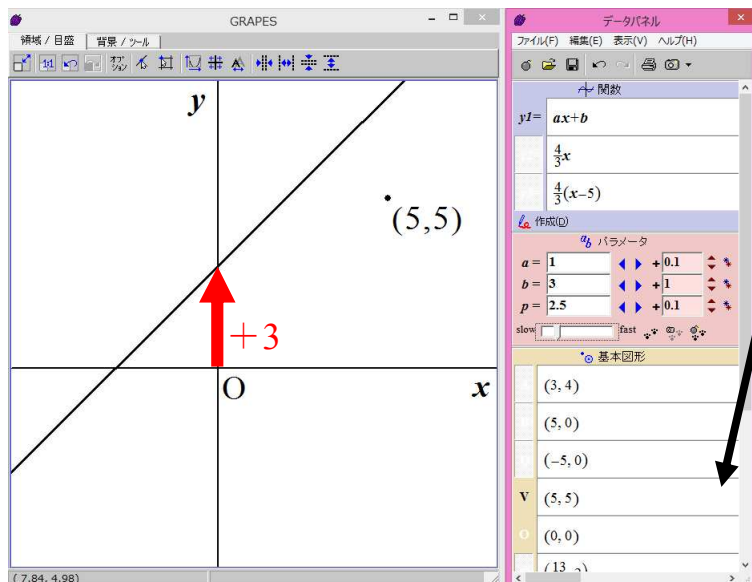
↑
↑
傾き
切片
(変化の割合)

GRAPES で関数のところに「 $y1 = ax + b$ 」と入力すると、以下のように表示されます。パラメータ欄の a , b を自由に動かし、グラフがどう動くのか見ることが出来ます。一度は子供に好きに操作させたい。

図 I $y = ax + b$ において、 $a = 1$, $b = 0$ としたもの



ア, $y=ax+b$ において, $a=1$, b を0より大きくしたものの

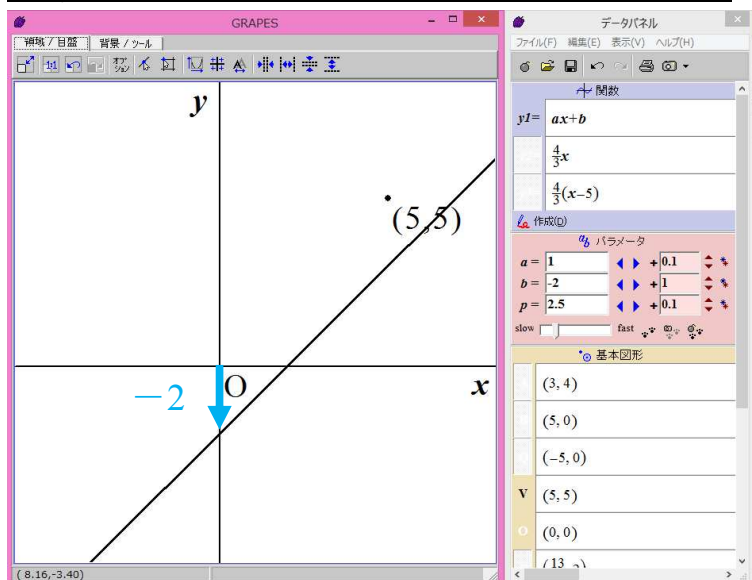


点は基本図形の欄で入力。なお、ラベルも右図のように変更可能！便利！



b を $0 \rightarrow \dots \rightarrow 3$ と上げていくと、確かにグラフが上へ移動している。

イ, $y=ax+b$ において, $a=1$, b を0より小さくしたものの



b を $0 \rightarrow \dots \rightarrow -2$ と下げていくと、確かにグラフが下へ移動している。

Point

$y=ax+b$ のグラフをy軸方向に q 平行移動すると、

$$y - q = ax + b$$

となる。一次関数以外にも、 $y = 3x^3 + 4x + 1$ とか、 $y = \sin x + \cos x$ とか、全ての関数 $y = f(x)$ で、y軸方向に q 平行移動すると、

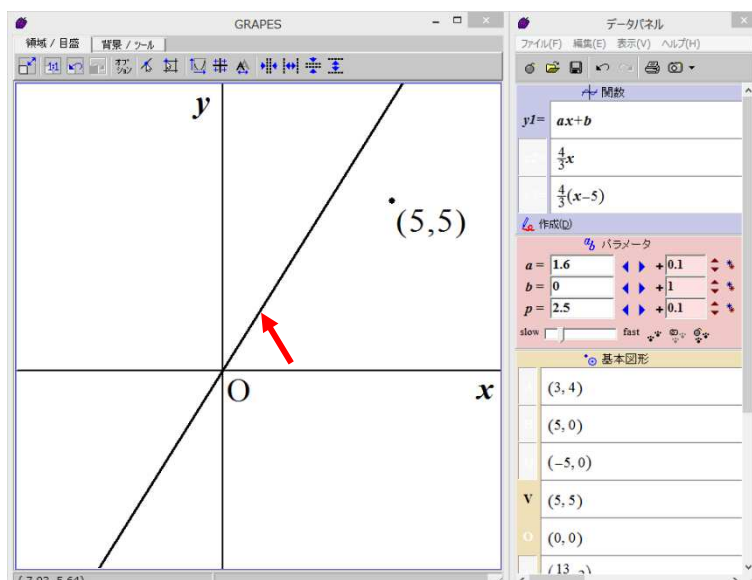
$$y - q = f(x)$$

となる。

※中高生からありそうな質問

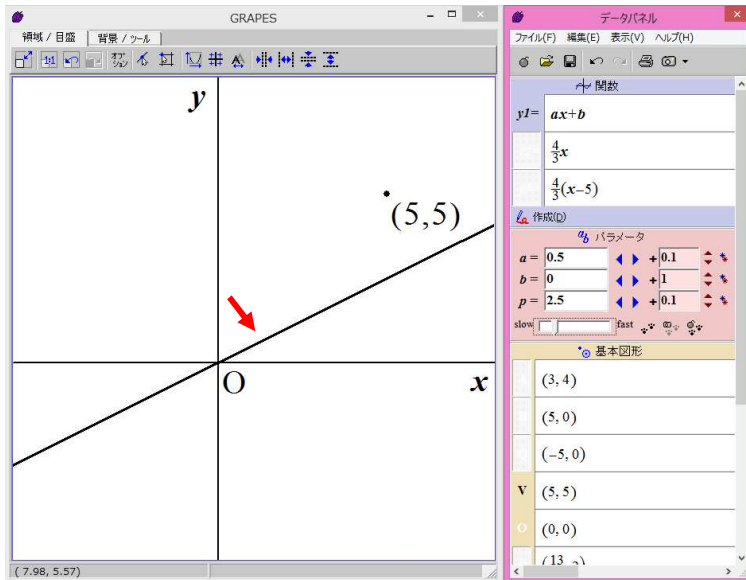
Q, なぜ $y-q$ と書くのか、面倒だ、 $y = f(x) + q$ でいいじゃないか。 A, 後で説明します。

ウ, $y=ax+b$ において, $b=0$, a を1より大きくしたものの



a を1から徐々に大きくしていくと、反時計回りに回転していく(直線の傾きが大きくなる)ことが分かる。

エ, $y=ax+b$ において, $b=0$, a を1より小さくしたもの



a を1から徐々に大きくしていくと, 反時計回りに回転していく(直線の傾きが大きくなる)ことが分かる。

中学校や塾での指導, 子供への雑談に, このようにソフトを使うのはアリだと思います。

宮城県の問題は「 a を1より大きくしたグラフはどれか, 選べ。」でよいので, ソフトを出す必要性はありません。が, たぶん宮城県は「この問題を解説するときのようにコンピューターを用いて, 子供のグラフへの理解を深めてほしい」そんな願いを込めたんでしょう。知らんけど。

2 (1) (4点) 座標間の距離が分かっているか問う問題

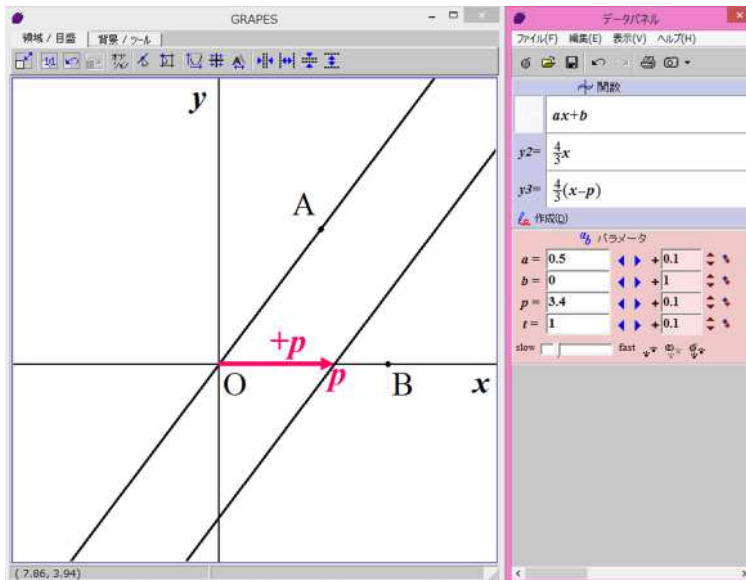
全くソフトの必要性が無い問題です。たぶん配点調整問題(おまけ問題)。

2 (2) (4点) 2直線の平行, 関数の平行移動が分かっているか問う問題

直線OAと直線 l は平行なので, 傾きは等しい。

直線OAの傾き(変化の割合)は, $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}} = \frac{4}{3}$ なので, OA: $y = \frac{4}{3}x$

中学生の一般的な解き方は, $y = \frac{4}{3}x + b$ と置いて, (5,0)を代入し b を求める, だが, わざわざこんなグラフソフトを出しているのだから, 別の方法で行う。



$y = \frac{4}{3}x$ を, x 軸方向に p 動かした場合を考える。

$y = \frac{4}{3}x$ は原点(0,0)を通るが, p 動かすと($p,0$)を通る。 $x=0$ のとき $y=0$ だったのが, $x=p$ のとき $y=0$ となるので, x 軸方向に p 動かした場合は,

$$y = \frac{4}{3}(x - p)$$

と表すことが出来る。↑ p を代入すると $y=0$ この p を0から徐々に大きくしていくと, 確かに直線が x 軸正に動いていることが分かる。 $p=5$ のとき, 点Bを通るようになる。

Point

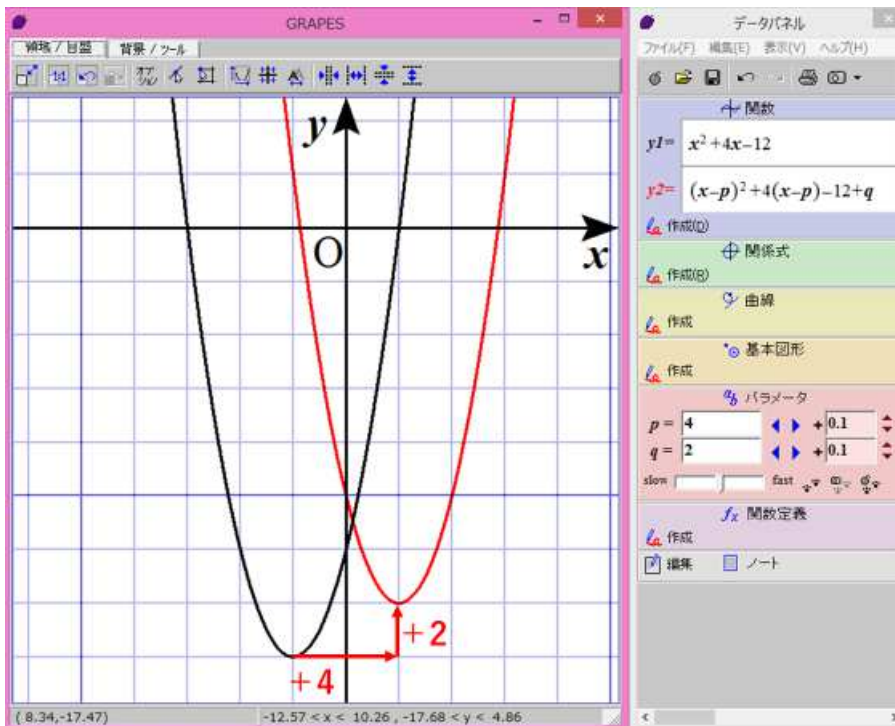
$y=ax+b$ のグラフを x 軸方向に p 動かすと, $y = a(x - p) + b$ となる。一次関数以外にも, $y = 3x^3 + 4x + 1$ とか, $y = \sin x + \cos x$ とか, 全ての関数 $y = f(x)$ で, y 軸方向に p 動かすと, $y = f(x - p)$ となる。

さっきのと合わせると, 関数 $y = f(x)$ で x 軸方向に p , y 軸方向に q 平行移動したものは,

$$y - q = f(x - p)$$

と表すことが出来る。

例1: 2次関数



$f(x) = x^2 + 4x - 12$ とし、 $y = f(x)$ を、
 x 軸方向に+4, y 軸方向に+2 移動させたものは、

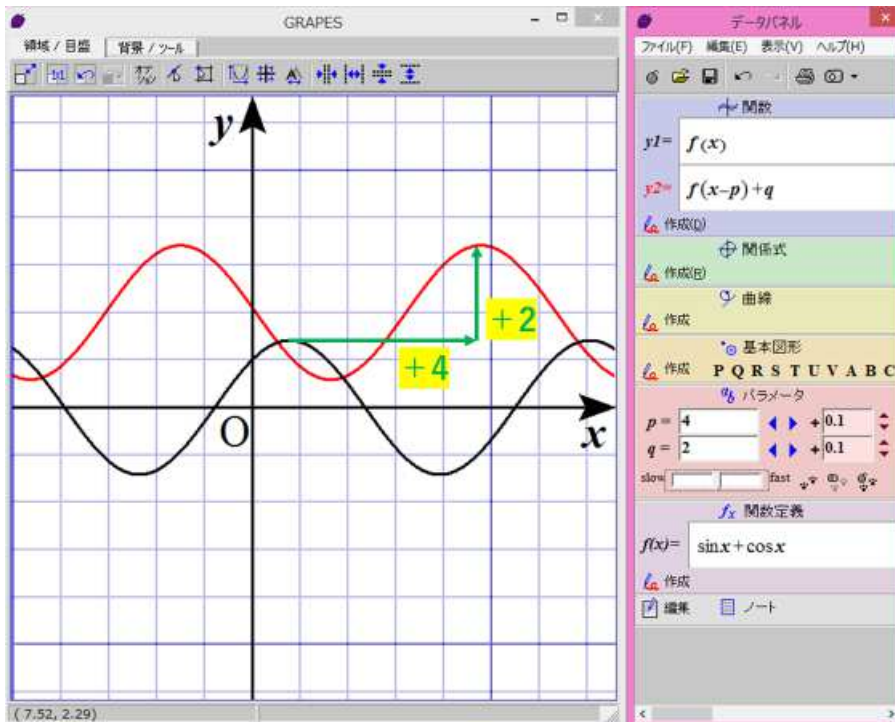
$$y - 2 = f(x - 4)$$

だから、

$$y = (x - 4)^2 + 4(x - 4) + 12 + 2$$

となる。左図で、確かにちゃんと平行移動されていることが分かる。 p, q をいじって、他の数値でも同様。

例2: 三角関数



$f(x) = \sin x + \cos x$ とし、 $y = f(x)$ を、
 x 軸方向に+4, y 軸方向に+2 移動させたものは、

$$y - 2 = f(x - 4)$$

だから、

$$y = \sin(x - 4) + \cos(x - 4) + 2$$

となる。左図で、確かにちゃんと平行移動されていることが分かる。

p をいじると、グラフは横に移動するし、 q をいじると、グラフは縦に移動している。

※中高生からありそうな質問

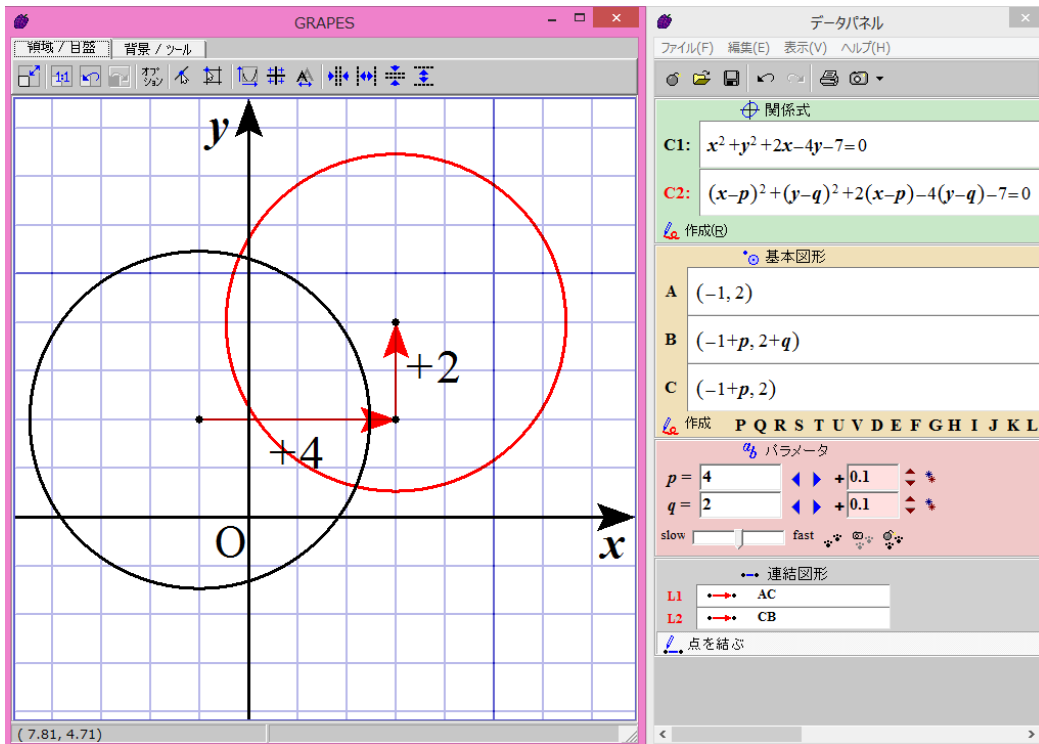
Q, なぜ $y - q$ と書くのか, 面倒だ, $y = f(x - p) + q$ でいいじゃないか。

A, 世の中には, $y = f(x)$ と表される関数だけでなく,

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y - 7 = 0 \text{ や, } \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} = 1 \text{ など, } y = f(x) \text{ の形で表されないものもあり,}$$

これらのグラフを移動するときも上記と同じようにできる。から, そんな表記なんだと思う。たぶん。

例3：円



$$x^2 + y^2 + 2x - 4y - 7 = 0 \quad (\text{中心}(-1, 2), \text{半径} 3 \text{ の円})$$

↓ 平行移動

$$(x - 4)^2 + (y - 2)^2 + 2(x - 4) - 4(y - 2) - 7 = 0 \quad (\text{中心}(-1 + 4, 2 + 2), \text{半径} 3 \text{ の円})$$

同じような処理で平行移動が出来る。

中学生は、 $y = ax + b$ のグラフを x 軸方向に p 、 y 軸方向に q 平行移動すると、

$$y - q = a(x - p) + b$$

を覚えていると、もしかしたら良いことがあるかも??

3 (3) (6点) 三角形の面積比=底辺比が分かっているかを問う問題

いよいよコンピューター、授業風景が本当に不要な問題です。

3 (4) (6点) 典型的な最短距離の問題

問題集であまりにも見まくる典型問題なので、こちらも不要。

ということで、コンピューターを使って解説すると教育的になるものは、1, 2 (2) のみです。他は不要。こういう問題を見て「ちょっとソフト使ってグラフ描いてみようかな」となる学生、どのくらいいるのでしょうか。1人でもいたら宮城県の勝ちです (ソフトを自由にいじってみると、関数分野への理解が深まることは事実なので)。