2022年度　北海道公立高校入試　数学　問題と解説		
範囲：色々	難易度：★×5	得点　/100

出典：2022年度　北海道

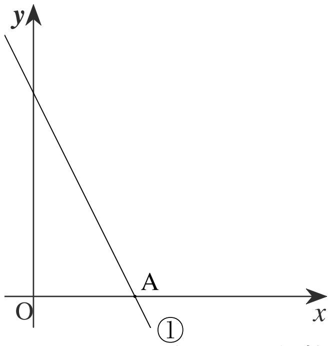
【大問１】　次の問いに答えなさい。（配点　33）

問1（1）～（3）の計算をしなさい。

（1）$8 \times (-4)$　（2）$(-5)^2 - 9 \div 3$　（3）$4\sqrt{5} + \sqrt{20}$

問2　$a=7$，$b=-3$ のとき，a^2+2ab の値を求めなさい。

問3　右の図のように，関数 $y=-2x+8$……①のグラフがあります。①のグラフと x 軸との交点をAとします。点Oは原点とします。点Aの座標を求めなさい。

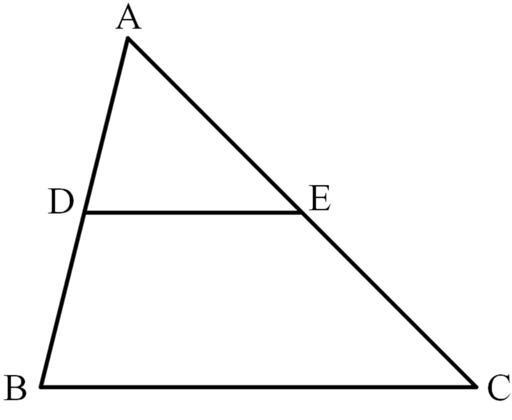


問4　方程式 $3x-2y=-x+4y=5$ を解きなさい。

問5　「飛行機の機内に持ち込める荷物の重さは10 kg以下です」という数量の関係を，飛行機の機内に持ち込める荷物の重さを x kgとして不等式で表しなさい。

問6

　右の図のように，△ABCがあります。辺ABの中点をDとし，点Dを通り辺BCに平行な直線と辺ACとの交点をEとします。辺AC上に点Pを，AP : PC＝3 : 1となるようにとります。点Pを定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし，点を示す記号Pをかき入れ，作図に用いた線は消さないこと。



【解答例】

問 1（**3** 点×**3**）（★×**1**）

（1）$8\times(-4)=\mathbf{-32}$

（2）$(-5)^2-9\div 3=25-3=\mathbf{22}$

（3）$4\sqrt{5}+\sqrt{20}=4\sqrt{5}+2\sqrt{5}=\mathbf{6\sqrt{5}}$

問 2（**4** 点）（★×**1**）

$a^2+2ab=a(a+2b)=7\times(7-6)=\mathbf{7}$

問 3（**4** 点）（★×**1**）

$y=-2x+8$ に，$y=0$ を代入して，$x=4$　$\mathbf{A(4,0)}$

問 4（**3** 点×**2**）（★×**2**）

$$\begin{cases} 3x-2y=5\cdots① \\ -x+4y=5\cdots② \end{cases}$$　①×2 より，$6x-4y=10\cdots③$

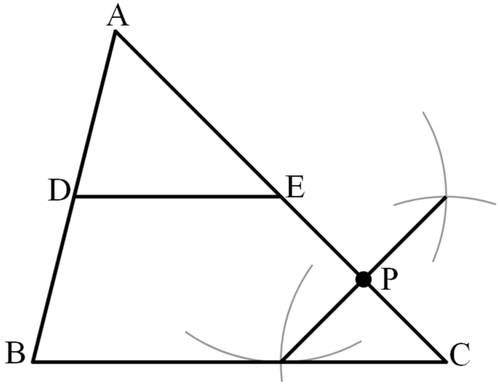
③＋②より，$5x=15$　$\boldsymbol{x=3}$　①に代入して，$\boldsymbol{y=2}$

問 5（**4** 点）（★×**2**）

以下なので＝が入る。$\boldsymbol{x\leqq 10}$

問 6（**6** 点）（★×**3**）

AE＝EC なので, EP＝PC となれば，AP : PC＝3 : 1 となる。よって, EC の垂直二等分線を引けばよい。



【コメント】

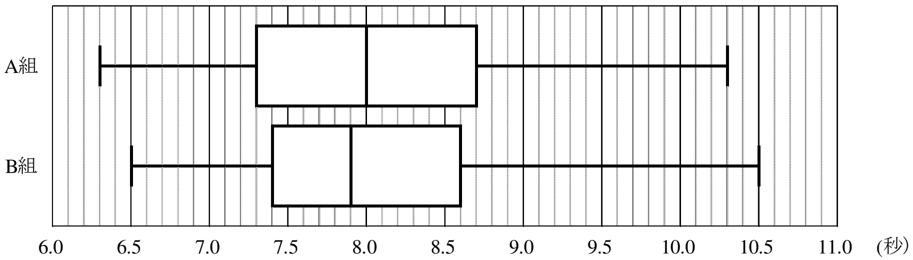
ここで落としてはいけない，確実に点を取る。問 6 は予想問題と少し似ている作図問題。https://hokkaimath.jp/blog-entry-267.html

問 5 単純すぎて逆に不安になりそう。

【大問２】　春奈さんたちの中学校では，3 年生の A 組 30 人全員と，B 組 30 人全員の 50 m 走の記録を調査しました。次の問いに答えなさい。（配点　16）

問 1　図 1 は，A 組，B 組全員の記録を，それぞれ箱ひげ図にまとめたものです。次の(1)，(2)に答えなさい。

図 1



（1）B 組の記録の第 3 四分位数を求めなさい。

（2）データの散らばり（分布）の程度について，図 1 から読みとれることとして最も適当なものを，次の**ア**～**エ**から 1 つ選びなさい。

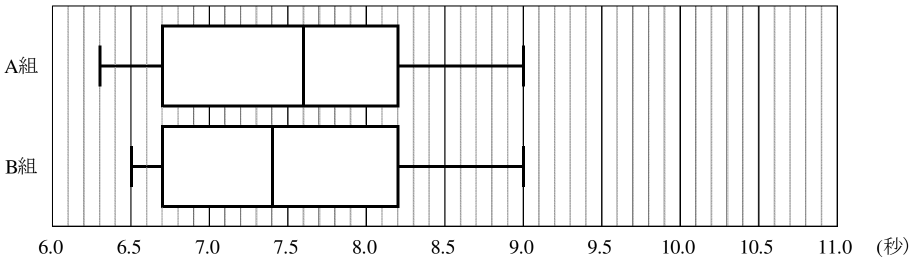
ア　範囲は，A 組の方が B 組よりも小さい。

イ　四分位範囲は，A 組の方が B 組よりも大きい。

ウ　平均値は，A 組の方が B 組よりも小さい。

エ　最大値は，A 組の方が B 組よりも大きい。

問 2　A 組，B 組には，運動部に所属する生徒がそれぞれ 15 人います。図 2 は，A 組，B 組の運動部に所属する生徒全員の記録を，箱ひげ図にまとめたものです。



春奈さんたちは，運動部に所属する生徒全員の記録について，図 2 を見て話し合っています。$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$に当てはまる数を，それぞれ書きなさい。また，$\boxed{\text{ウ}}$に当てはまる言葉を，下線部＿＿＿の答えとなるように書きなさい。

春奈さん「A 組，B 組の運動部に所属する生徒では，A 組と B 組のどちらに速い人が多いのかな。」

ゆうさん「どうやって比べたらいいのかな。何か基準があるといいよね。」

春奈さん「例えば，平均値を基準にしたらどうかな。先生，平均値は何秒でしたか。」

先生「この中学校の運動部に所属する生徒の平均値は、7.5 秒でしたよ。」

ゆうさん「それなら，7.5 秒より速い人は、A 組と B 組のどちらの方が多いのか考えてみよう。」

春奈さん「B 組の中央値は 7.4 秒だから，B 組に 7.5 秒より速い人は、少なくても$\boxed{\text{ア}}$人いるよね。」

ゆうさん「A 組の中央値は 7.6 秒だから，A 組に 7.5 秒より速い人は，最も多くて$\boxed{\text{イ}}$人と考えられるね。」

春奈さん「つまり，7.5 秒より速い人は，$\boxed{\text{ウ}}$の方が多いと言えるね。」

【解答例】

問 1（1）（4 点）（★×2）

第 1 四分位数が 7.4，第 3 四分位数は **8.6**

問 1（2）（4 点）（★×2）

ア　範囲は，A 組の方が B 組よりも小さい。→どちらも同じ範囲　×

イ　四分位範囲は，A 組の方が B 組よりも大きい。→○

ウ　平均値は，A 組の方が B 組よりも小さい。→平均値は分からない　×

エ　最大値は，A 組の方が B 組よりも大きい。→B 組の方が大きい　×

問 2（ア）3 点（イ）3 点（ウ）ア，イが正答の場合 2 点（★×4）

15 人の中央値は，8 位の人の値となる。

（ア）中央値が 7.4 秒のとき，8 位の人の記録も 7.4 秒なので，少なくとも 1～8 位の **8** 人が，7.5 秒より速い。

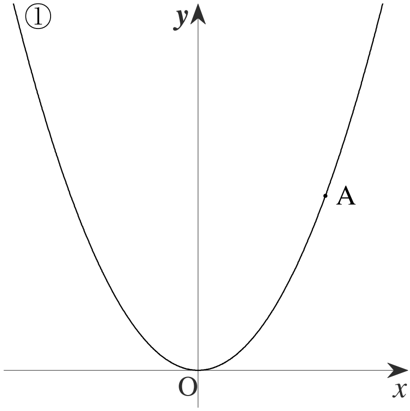
（イ）中央値が 7.6 秒のとき，8 位の人の記録も 7.6 秒なので，多くても 1～7 位の **7** 人が，7.5 秒より速い。

（ウ）**B 組**

【コメント】

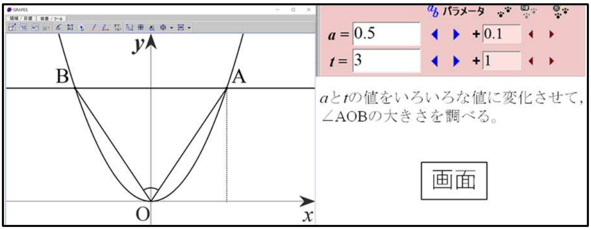
　高校から降りてきた四分位範囲の問題ですね。ただ，問 1 は教科書レベルの知識を確認する問題でした。問 2 は箱ひげ図が必要なく，中央値だけ考えていれば良い問題でした。15 人なので，中央値 8 人目さえ分かっていれば良いのですが，私は最初中央値を（7 位＋8 位）÷2 とアホ過ぎる勘違いをし，大変なことになりました。やば。冷静になろう，そしてチェックしよう。

【大問３】　右の図のように，関数 $y=ax^2$（a は正の定数）……①　のグラフがあります。①のグラフ上に点があり，点 A の x 座標を t とします。点 O は原点とし，$t>0$ とします。次の問いに答えなさい。（配点　16）



問 1　点 A の座標が（2, 12）のとき，a の値を求めなさい。

問 2　太郎さんは，コンピュータを使って，画面のように，点 A を通り x 軸に平行な直線と①のグラフとの交点を B とし，△OAB をかきました。次に，a と t の値をいろいろな値に変え，∠AOB の大きさを調べたところ，「∠AOB=90°　となる a と t の値の組がある」ということがわかりました。そこで，太郎さんは，a の値をいくつか決めて，∠AOB＝90°　となるときの t の値を，それぞれ計算し，その関係を示した表と予想をノートにまとめました。



画面

<太郎さんのノート>

表

a	1	2
t	1	$\boxed{X}$

予想

∠AOB＝90°　となるとき，a と t の $\boxed{\ Y\ }$ は常に一定であり，一定な値は $\boxed{\ Z\ }$ である。

次の（1），（2）に答えなさい。

（1） $\boxed{X}$, $\boxed{\ Z\ }$ に当てはまる数を，それぞれ書きなさい。また，$\boxed{\ Y\ }$ に当てはまる言葉として正しいものを，次のア～エから 1 つ選びなさい。

ア　和　　**イ**　差　　**ウ**　積　　**エ**　商

（2） 太郎さんの予想が成り立つことを説明しなさい。

【解答例】

問 1（4 点）（★×0）

$x=2$，$y=12$ を代入して，$12=4a$　$\boldsymbol{a=3}$

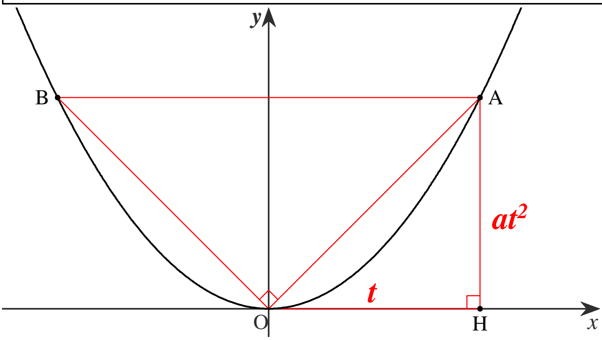
問 2（★×6）

問 2（1）（X　2 点，Y と Z　X が正答の場合のみ完 2 点）

(X)　$at=1$ より，$2t=1$　$t=\boldsymbol{\frac{1}{2}}$　**(Y)** ウ　**(Z)1**

問 2（2）（8 点）

点 A から x 軸に垂線を下ろし交点を H とする。
△OAB は二等辺三角形なので∠AOB＝90° となるとき，△OAH において，∠AOH＝45° となるから，△OAH は OH＝AH の直角二等辺三角形となる。A（t, at^2）より，H（t, 0）となるから，OH＝t，AH＝at^2
$t=at^2$　$t>0$ より，$at=1$（※）
aとtの積は常に一定であり，一定な値は 1 である。



【コメント】

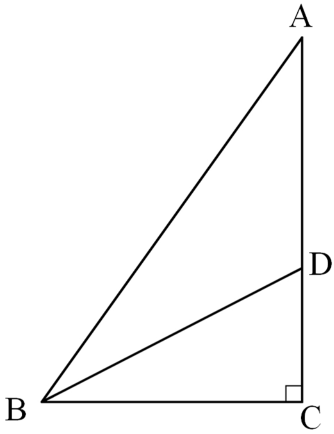
問 1 は解け。

問 2，私は先に（2）を解きました。その方が良くない？予想しにくくない？

どちらにせよ問 2 は難問です。関門が多い，△OAH が直角二等辺三角形と気づけるか，気づけたとしても，どう書いていいか（どこまで書くべきか）分かりづらい。あと自分で点 H（模範解答では点 C）を置くのもしんどいですね。都立独自作成校で出題されても納得しそう，そんな難易度です。ドンマイ受験生。

（※）$t=at^2$　$t>0(t\neq0)$　より，両辺をtで除して$at=1$ としている。
高校生には簡単だが，中学生には文字が多くてしんどい。

【大問４】 右の図のように，∠BCA＝90°の直角三角形 ABC があり，∠ABC の二等分線と辺 AC の交点を D とします。次の問いに答えなさい。（配点 16）



問 1　∠BAC＝40° のとき，∠ADB の大きさを求めなさい。

問 2　望さんは，辺 AB 上に点 E を，BC＝BE となるようにとり，線分 BD と CE の交点を F としました。さらに，望さんは，それぞれの点の位置を調べ,「4 点 B，C，D，E が 1 つの円周上にある」と予想し，予想が成り立つことを証明するために, 次のような見通しを立てています。

（望さんの見通し）

4 点 B，C，D，E が 1 つの円周上にあることを証明するためには，2 点 D，E が直線 BC について同じ側にあるので，∠BEC＝∠$\boxed{\text{ア}}$であればよい。このことから，△$\boxed{\text{イ}}$と△$\boxed{\text{ウ}}$が相似であることを示したい。

次の（1），（2）に答えなさい。

（1）$\boxed{\text{ア}}$～$\boxed{\text{ウ}}$に当てはまる文字を，それぞれ書きなさい。

（2）望さんの見通しを用いて，予想が成り立つことを証明しなさい。

【解答例】

問 **1**（**4** 点）（★×**1**）

∠ABC＝180°　−90°　−40°　＝50°　となるので，∠ABD＝50°　÷2＝25°

∠ADB＝180°　−40°　−25°　＝**115°**

問 **2**（★×？）（★×**5** ぐらい）（何か嫌な問題）

（道教委の模範解答）

(1)（ア　**2** 点，イウ　アが正答の場合のみ完 **2** 点）

（ア）**BDC**（イ）**BFE**（ウ）**BCD**

(2)（**8** 点）

△BFE と△BCD において，

仮定より，∠EBF＝∠DBC ……①

また，△BCE は BC＝BE の二等辺三角形であり，線分 BF は頂角の二等分線であるから，∠BFE＝90° ……②

②と仮定より，∠BFE＝∠BCD ……③

①，③より，対応する 2 組の角がそれぞれ等しいので，

△BFE∽△BCD ……④

よって，対応する角はそれぞれ等しいので，∠BEF＝∠BDC ……⑤

したがって，2 点 D，E が直線 BC について同じ側にあり，

∠BEF ＝∠BDC となるので，4 点 B，C，D，E が 1 つの円周上にある。

（恐らく許される解答）

(1)（ア　**2** 点，イウ　アが正答の場合のみ完 **2** 点）

（ア）**BDC**（イ）**BFE**（ウ）**CFD**

(2)（**8** 点）

△BFE と△CFD において，

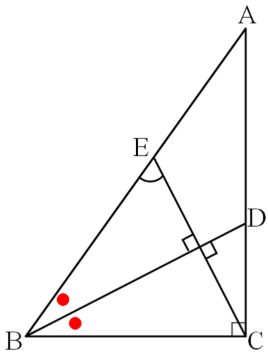
仮定より，∠EBF＝∠DBC ，また，△BCE は BC＝BE の二等辺三角形であり，線分 BF は頂角の二等分線であるから，∠BFE＝90°

対頂角は等しいから，∠BFE＝∠CFD＝90°　……①

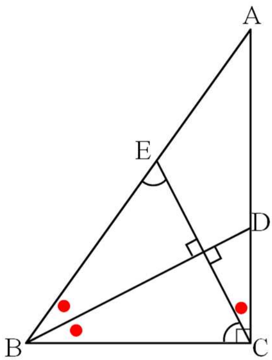
また，二等辺三角形の底角は等しいので，∠BEC＝∠BCE

仮定より∠ACB＝90°なので，
∠FBE＝180°－∠BFE－∠BEC＝90°－∠BEC
∠FCD＝∠ACB－∠BCE＝90°－∠BCE
よって，∠FBE＝∠FCD……②
①，②より，対応する2組の角がそれぞれ等しいので，
△BFE∽△CFD ……③
よって，対応する角はそれぞれ等しいので，∠BEF＝∠CDF，すなわち∠BEF＝∠BDC，したがって，2点D，Eが直線BCについて同じ側にあり，∠BEF ＝∠BDCとなるので，4点B，C，D，Eが1つの円周上にある。

（道教委）



（恐らく許される）



【コメント】

この問題，望さんの言う通りにすると上記の通りになりますが，別に△BFEと△BCDの相似証明しなくても∠BEC＝∠BDC証明できますよね。**∠ABD＝∠CBD＝*a*とすると，∠BEC＝90°－*a*，∠BDC＝90°－*a*とすぐ**出ます。証明を長く書かせたいがために無理やり相似の証明させていると思われます，知らんけど。

最初，△BEFと△CDFの相似証明しようとしたのですが，それだと相似の証明なしでも∠BEC＝∠BDC を証明できてしまうことが分かりました。あくまでも望さんの言う通りにしなくてはなりません。ひでぇ。＜追記＞90°－a じゃなくて，二等辺三角形の底角が等しいこと利用すれば，相似証明できますね。どちらにせよなんか嫌な問題！

【大問５】　次の問いに答えなさい。(配点　19)

問 1　図 1 のように，長方形 OABC があり，

OA＝4 cm，1OC＝$4\sqrt{2}$ cm とします。次の (1)，(2) に答えなさい。

(1) 対角線 AC の長さを求めなさい。

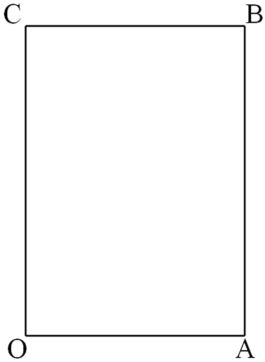


図１

(2) 図 2 のように, 図 1 の長方形 OABC と，それと相似な 2 つの長方形 ODEB，OFGE があります。長方形 ODEB の対角線 BD, OE の交点を H とするとき，△OAH の面積を求めなさい。ただし，3 点 B，A，D は一直線上にあることがわかっています。(計算過程も書きなさい)

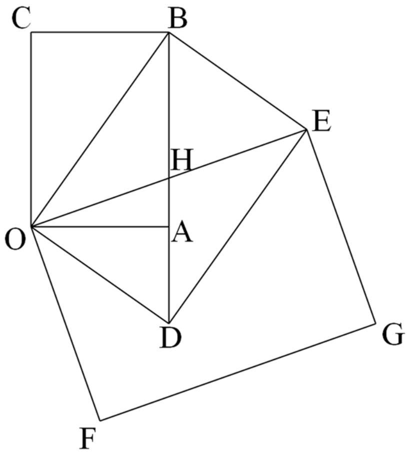


図２

問 2　大小 2 つのさいころを同時に投げるとき，出た目の数の和を n とします。次の（1)，(2）に答えなさい。

(1) $\sqrt{102n}$が$a\sqrt{b}$の形で表すことができるとき，n の値をすべて求めなさい。また，その求め方を説明しなさい。ただし，a，b は自然数とし，$a>1$ とします。

(2) $\sqrt{102n}$が$a\sqrt{b}$の形で表すことができる確率を求めなさい。ただし，a，b は自然数とし，$a>1$ とします。

【解答例】

問 1（1）（4 点）（★×1）

$$\mathrm{AC} = \sqrt{16+32} = \mathbf{4\sqrt{3}\ cm}$$

問 1（2）（7 点）（★×4）

OA＝4 cm

（1）より，$\mathrm{OB}=\mathrm{AC}=4\sqrt{3}$ cmである

長方形 OABC と長方形 ODEB は相似で，

$\mathrm{OC}:\mathrm{AC}=4\sqrt{2}:4\sqrt{3}=\sqrt{2}:\sqrt{3}$であるから，

$$\mathrm{DB} = \mathrm{OB} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}\ \mathrm{cm}$$

長方形の対角線はそれぞれの中点で交わるので，

$\mathrm{BH} = \frac{1}{2}\mathrm{DB} = 3\sqrt{2}$ cm，よって，$\mathrm{HA} = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$ cm

$$\triangle \mathrm{OAH} = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{2} = \mathbf{2\sqrt{2}\ cm^2}$$

問 2（1）（6 点）（★×5）

$\sqrt{102n} = \sqrt{2 \times 3 \times 17 \times n}$なので，$2 \leq n \leq 12$ だから，$a\sqrt{b}$で表すには，n が 2 か 3 を因数に含めばよい。**n＝2，3，4，6，8，9，10，12**

問 2（2）（2 点）

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

2，3，4，6，8，9，10，12 以外を数えた方が速い。

赤文字は全部で 12 通りなので，36－12＝24 通り

求める確率は，

$$\frac{24}{36} = \mathbf{\frac{2}{3}}$$

【コメント】

問 1 はよくある平面図形の典型問題なのですが，（2）記述となるとしんどいでしょうね，何書いていいか分からない。私は最初，$AC=\sqrt{16+36}=2\sqrt{13}$ cm と謎のミスをしており，もう少しで大変なことになりかけました。計算チェック大事！

問 2 は問題文をよく読んで理解しないと，ミスります。$a\sqrt{b}$，また $2 \leqq n \leqq 12$ なので，n は上記のようになります。ミスした子多そうです，素因数分解はするでしょうから，8 点中 2 点の子が多そう……。

【全体コメント】

記述が多くて中学生には地獄のような問題だったと思われます。中学校でも塾でも，なぜか数学における記述対策はほとんどしてくれません。そしてその記述も，大問 5 問 1（2）を除いて全て難しいです。平均点が悲惨なことになっていそう。あと，札幌南高校の先生が，採点で泣いていそうです。1 週間かかりますね，可哀相。

私が作成した予想問題 https://hokkaimath.jp/blog-entry-267.html と，似たような作りにはなっていましたが，難易度は入試の方が（人によるけど）難しかったですね。

＜予想問題の配点＞大問 1 小問集合（29 点），大問 2 資料の整理？（16 点），大問 3 関数（20 点），大問 4 証明（16 点），大問 5 小問集合②（19 点）

＜入試の配点＞大問 1 小問集合（33 点），大問 2 資料の整理（16 点），大問 3 関数（16 点），大問 4 証明（16 点），大問 5 小問集合②（19 点）

配点そっくり！

【作成】　高校入試　数学　良問・難問 https://hokkaimath.jp/