解けなきゃ悔しい平面図形		
範囲：平面図形	難易度：★×5	得点　　　　/22

出典：2023 年度　大阪府 C

図 I

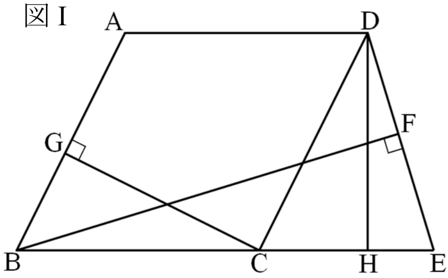


図 I, 図 II において, 四角形 ABCD は内角∠ABC が鋭角のひし形であり, AB＝7 cm である。△DCE は鋭角三角形であり, E は直線 BC 上にある。F は辺 DE 上にあって D, E と異なる点であり，B と F とを結んでできる線分 BF は辺 DE に垂直である。G は，C から辺 AB にひいた垂線と辺 AB との交点である。H は辺 CE 上の点であり，CH＝GB である。D と H とを結ぶ。次の問いに答えなさい。

（1）図 I において，

① 四角形 ABCD の対角線 AC の長さを a cm，四角形 ABCD の面積を S cm^2 とするとき，四角形 ABCD の対角線 BD の長さを a，S を用いて表しなさい。

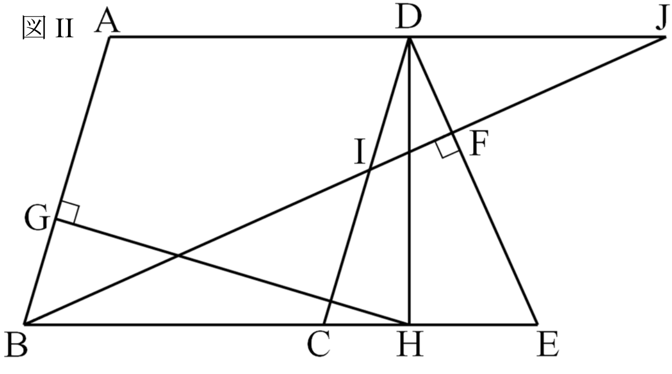
② △DHE∽△BFE であることを証明しなさい。

（2）図 II において，GB＝2 cm，HE＝3 cm である。I は，線分 BF と辺 DC との交点である。J は，直線 BF と直線 AD との交点である。

① 線分 FE の長さを求めなさい。

② 線分 IJ の長さを求めなさい。

図 II



【解答例】

（1）①（4 点）

ひし形 ABCD の面積 S は,

$\frac{1}{2}\times$対角線 AC$\times$対角線 BD　で求められるので,

$\frac{1}{2}\times a\times \mathrm{BD}=S$より，$\mathbf{BD}=\dfrac{\mathbf{2}\boldsymbol{S}}{\boldsymbol{a}}$(cm)

（1）②（8 点）

△DHE と△BFE において

∠DEH ＝ ∠BEF（共通）....................................㋐

また，△DCH と△CBG において

仮定より CH ＝ BG .... ㋑

四角形 ABCD はひし形だから

DC ＝ CB .... ㋒

AB // DC であり，平行線の同位角は等しいから

∠DCH ＝ ∠CBG.......................... ㋓

㋑，㋒，㋓より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△DCH ≡ △CBG

よって ∠DHC ＝ ∠CGB ＝ 90°

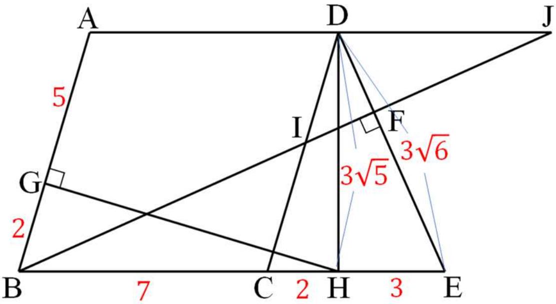
だから ∠DHE ＝ 90°................................ ㋔

BF⊥DE だから ∠BFE ＝ 90°..................... ㋕

㋔，㋕より ∠DHE ＝ ∠BFE.......................... ㋖

㋐，㋖より，2 組の角がそれぞれ等しいから△DHE ∽ △BFE

（2）①（4 点）



DC＝7，CH＝2

DH＝$\sqrt{49-4}$＝$3\sqrt{5}$

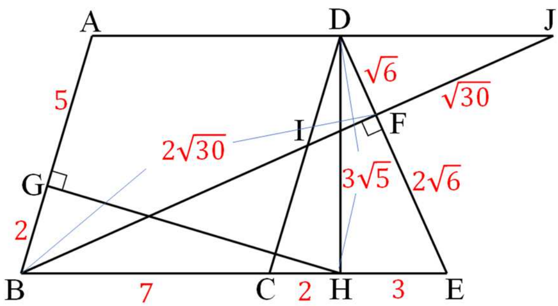
DE＝$\sqrt{9+45}$＝$3\sqrt{6}$

△DHE∽△BFE より，

1: $\sqrt{6}$＝FE: 12

FE＝$2\sqrt{6}$(cm)

（2）②（6 点）



BF＝$\sqrt{144-24}=2\sqrt{30}$

△BEF∽△JDF より，

JF＝$\sqrt{30}$，JD＝6

よって，BJ＝$3\sqrt{30}$

△JDI∽△BCI で，

JD：BC＝JI：BI＝6：7

だから，

$$JI=3\sqrt{30}\times\frac{1}{13}\times 6=\boldsymbol{\frac{18\sqrt{30}}{13}}\text{ (cm)}$$

【コメント】

大阪府 C にしては，大人しくて解きやすい平面図形の問題です。意外に（1）の方が頭真っ白になって解けないかもしれません。

（1）①は忘れたらおしまいです（意外に多そう）。（1）②は，都立自校作成の問題などで練習していれば難なく解けるでしょう（ただし意外に混乱した子は多そう）。（2）は過去問をそれとなく解いていれば難なく解けるでしょう。