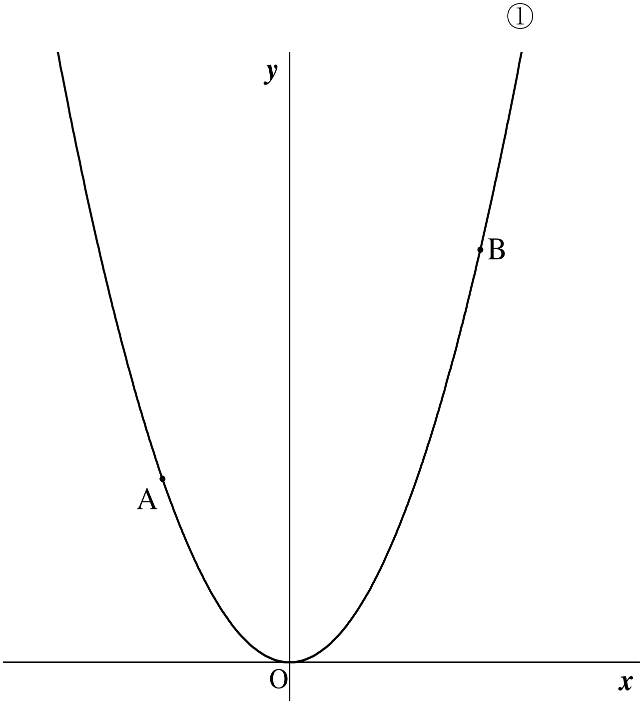
関数と三角形の面積比と文字		
範囲：中 3 関数	難易度：★★★★☆	得点　　　　　/10

出典：2017 年度　北海道

下の図のように，関数　$y=ax^2$（a は正の定数）……①　のグラフ上に，2 点 A，B があります。点 A の x 座標を-2，点 B の x 座標を 3 とします。点 O は原点とします。

次の問いに答えなさい。



問 1　点 A の y 座標が 16 のとき，a の値を求めなさい。

問 2　$a=2$ とします。①について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

問 3　点 A と y 軸について対称な点を C とします。線分 AB と y 軸との交点を D とします。△BCD の面積が 10 のとき，a の値を求めなさい。

【解答例】

問 1（3 点）

A（$-2, 16$）なので，$16=4a$　$a=4$

問 2（3 点）

$y=2x^2$ で，（$1, 2$）（$3, 18$）

$$\text{変化の割合}=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{18-2}{3-1}=\mathbf{8}$$

（x が 2 増えたら，y が 16 増えているので，$16\div2=8$　暗算できる）

問 3（4 点）

＜解答 1＞

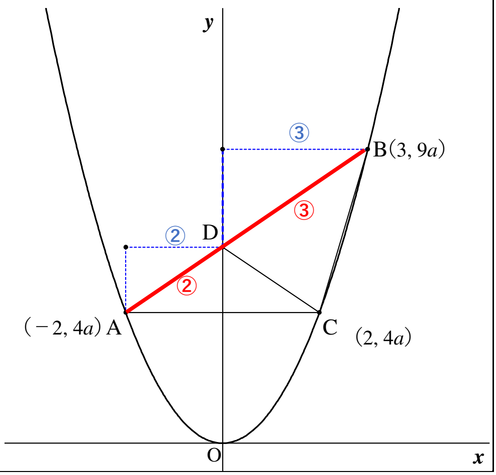
A（$-2, 4a$）B（$3, 9a$），C（$2, 4a$）と表される。

$\triangle \mathrm{ABC}=\dfrac{1}{2}\times4\times5a=10a$【1 点】

AB : DB＝5 : 3【1 点】であるから，$\triangle \mathrm{BCD}=\dfrac{3}{5}\triangle \mathrm{ABC}$

$=\dfrac{3}{5}\times10a=6a$【1 点】

$6a=10$　$\boldsymbol{a=\dfrac{5}{3}}$



※△ABC も△DBC も，高さ共通なので，面積比は底辺比となる。

AD : DB は，点 A，D，B の x 座標から求められる（相似な三角形を作れば分かる）。

＜解答2＞

A（−2, 4a）B（3, 9a），C（2, 4a）と表される。

直線ABの式は，傾きが$\frac{5a}{5} = a$ で，$y = ax + b$に，$(3, 9a)$を代入して，

$b = 6a$だから，$y = ax + 6a$ D$(0, 6a)$

$\triangle \mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 5a = 10a$ ，$\triangle \mathrm{DAC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 2a = 4a$

より，$\triangle \mathrm{BCD} = 10a - 4a = 6a$

$6a = 10$ $\boldsymbol{a = \frac{5}{3}}$

【コメント】

一昔前の北海道の関数の問題です。この頃は，問1と問2→クソ舐めた問題，問3→割と捻った問題でしたが，最近は問1と問2→ちょっと捻った問題，問3→少し捻った問題，そんな感じ。

問3，解答は短いですが，「三角形を文字で表す」「三角形の比率を上手く用いる or 関数の式を無理やり出す」など，中学生にとっての苦戦要素多め。正答率も高くなかったですし，過去問演習でこの問題を解かせても，結構な中学生が苦戦すること（～札幌西高のレベルでさえ）。見た目は簡単なのにね。

来年以降，裁量問題も廃止されるので，また関数の難易度がぶり返すかもしれないので，これぐらい解けるようにしておくと良いです。

【作成】

高校入試　数学　良問・難問　https://hokkaimath.jp/