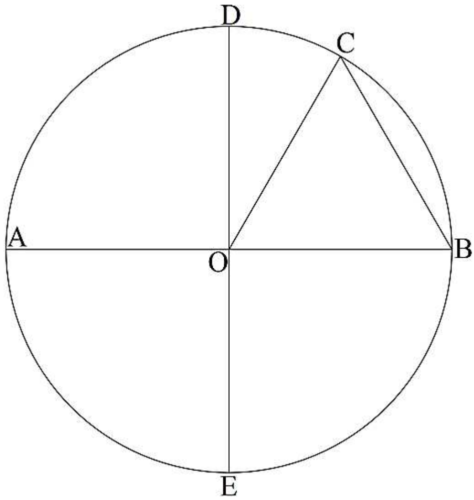
60° と 45°		
範囲：三平方の定理	難易度：★×5	得点　　　　　/8

出典：オリジナル

下の図のように，線分 AB を直径とし，中心が O の円があります。円周上に，△OBC が正三角形となる点 C を取ります。点 O を通り線分 AB に垂直で，円の直径となる線分 DE を引きます。ただし，点 D は点 C を含む弧 AB 上にあります。次の問いに答えなさい。



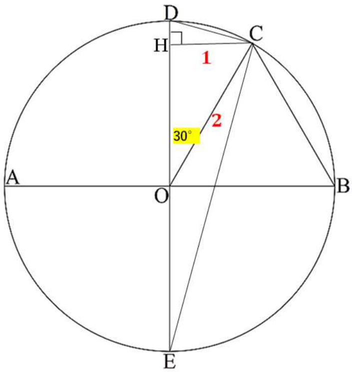
（1）OB＝2 cm とします。△CDE の面積を求めなさい。

（2）線分 OC と BD との交点を F とします。

△OBF の面積が$\frac{3}{2}\left(3+\sqrt{3}\right)$ cm^{2}のとき，円の半径を求めなさい。

【解答例】

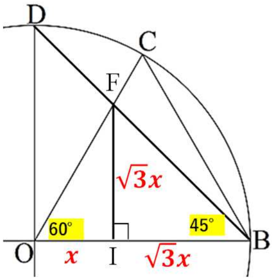
（1）（4 点）



C から OD に垂線 CH を下ろす。∠COD＝30° だから，CH＝1 cm

$\triangle \mathrm{CDE} = \dfrac{1}{2} \times 4 \times 1 = \mathbf{2\ cm^2}$

（2）（4 点）



F から OB に垂線 FI を下ろす。

∠FOI＝60°，∠OBF＝45°だから，FI＝$\sqrt{3}x$とすると，OI $= x$，BI $= \sqrt{3}x$となる。

$\triangle \mathrm{OBF} = \left(x + \sqrt{3}x\right) \times \sqrt{3}x \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{2}\left(3 + \sqrt{3}\right)$

整理して，$\left(\sqrt{3} + 3\right)x^2 = 3(3 + \sqrt{3})$

$x^2 = 3$　$x > 0$ より，$x = \sqrt{3}$

半径は，$x + \sqrt{3}x = \mathbf{\sqrt{3} + 3\ cm}$

【コメント】

2017 年頃に生徒用に作った予想問題から抜粋しました。当時生徒に難しいと怒られ反省していましたが，冷静に考えたらそうでもないですよね。全国では標準レベル（のちょっと難しい問題）です……いや，（2）は結構泥沼ハマるか？私立の問題で経験あれば余裕。