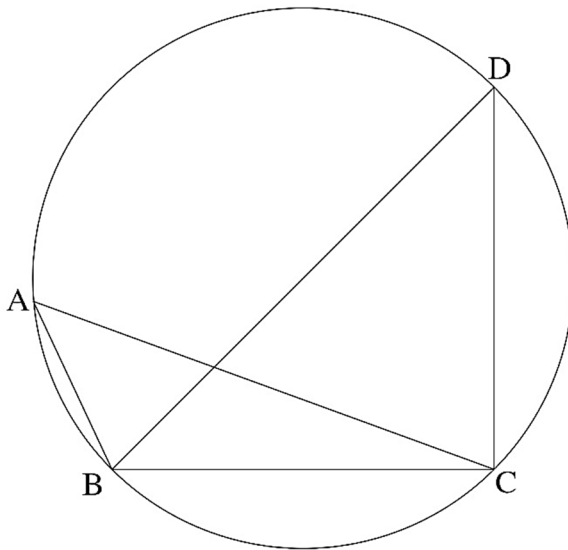


芸術的な高校入試第 18 回

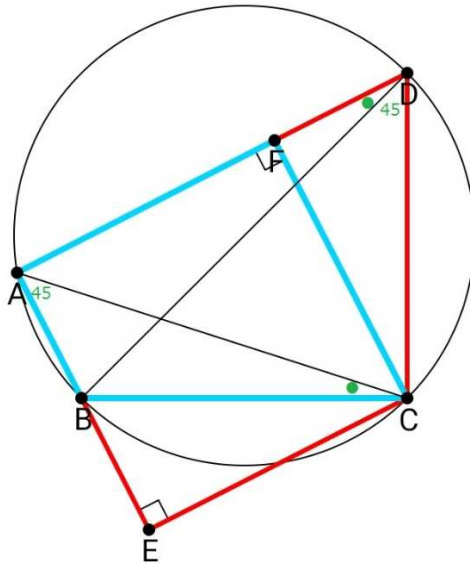
出典：不明（札幌市内のどこかの中学校？）

美しさ：★★★★★☆☆



図のように、4点 A, B, C, D は同一円周上にあり、BD は直径、 $BC = CD$ です。AC = 9 cm のとき、四角形 ABCD の面積を求めなさい。

【解答】



点 C から、直線 AB、線分 AD に垂線を下ろし、交点をそれぞれ E、F とする。△CDF と △CBE において、

仮定より $\angle CFD = \angle CEB = 90^\circ \dots ①$, $CD = CB \dots ②$

△BCD は直角二等辺三角形なので、 $\angle BDC = 45^\circ$

\widehat{BC} に対する円周角は等しいから $\angle BAC = 45^\circ$

\widehat{AB} に対する円周角は等しいから、 $\angle ACB = \angle ADB$

また、 $\angle CDF = 45^\circ + \angle ADB$

三角形の外角はそれと隣り合わない 2 つの内角の和に等しいから、

$\angle CBE = 45^\circ + \angle ACB$ したがって $\angle CDF = \angle CBE \dots ③$

①、②、③より、直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから、

$\triangle CDF \cong \triangle CBE$

よって、四角形 ABCD = 正方形 AECF となるので、求める面積は、

$$\frac{1}{2} \times 9 \times 9 = \frac{81}{2} \text{ cm}^2$$

【コメント】一応証明書いておきましたが、テストでは不要です。閃きが試されます。計算はきつくないので、差をつける問題として適切！