

動く図形

範囲：中 3 関数

難易度：★★★★☆☆

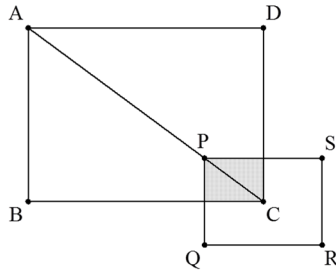
得点 /7

【出典：2018 年度 宮崎県】

AB=6 cm, AD=8 cm の長方形 ABCD と, PQ=3 cm, PS=4 cm の長方形 PQRS があり, それぞれの対角線は AC=10 cm, PR=5 cm である。長方形 ABCD を固定し, 次の【ルール①】, 【ルール②】の方法で, 長方形 PQRS を常に AB//SR となるように平行移動するとき, 2つの長方形が重なった部分の面積について考える。

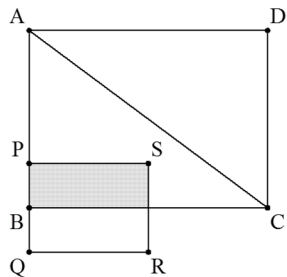
【ルール①】

- はじめに 2 つの長方形を点 P と点 C が重なるように置く。
- 点 P は, 対角線 AC 上を点 C から点 A へ動き, その後, 辺 AD 上を点 A から点 D まで動いて止まる。
- 点 P の動く速さは, 毎秒 1 cm とする。



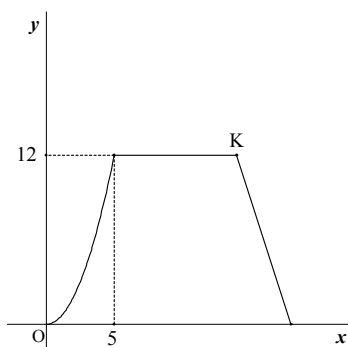
【ルール②】

- はじめに 2 つの長方形を点 P と点 B が重なるように置く。
- 点 P は, 辺 AB 上を点 B から点 A へ動き, その後, 辺 AB 上を点 A から点 B へ動き, 再び, 辺 AB 上を点 B から点 A まで動いて止まる。
- 点 P の動く速さは, 毎秒 1 cm とする。



点 P が出発してから x 秒後の 2 つの長方形が重なった部分の面積を y cm² とするとき, 次の問いに答えなさい。

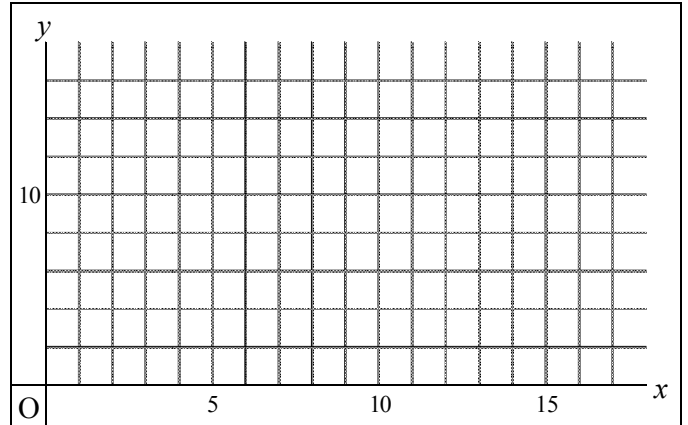
問 1 下の図は, 【ルール①】で移動するときの x のと y の関係を表したグラフである。このとき,



(1) $0 \leq x \leq 5$ におけるグラフの式は, $y=ax^2$ の形で表される。 a の値を求めなさい。

(2) $x \geq 5$ におけるグラフは, 点 K を境に y の値が減少している。点 K の x 座標を求めなさい。

問 2 【ルール②】の x と y の関係を表すグラフをかきなさい。



問 3 【ルール①】, 【ルール②】のそれぞれの移動で, 2 つの長方形 ABCD, PQRS が重なった部分の面積が等しくなるのは 5 秒後から 9 秒後までの間と, あと 1 回ある。それは, 点 P が出発してから何秒後か求めなさい。

動く図形 解答例

範囲：中3関数

難易度：★★★☆☆

問1

(1) (1点)

<真面目に解くなら>

PQ と BC との交点を E とする。すると、常に $\triangle ABC$

の $\triangle PEC$, $PC=x$ とすると, $PE=\frac{3}{5}x$, $EC=\frac{4}{5}x$

重なった部分の面積は, $y = \frac{3}{5}x \times \frac{4}{5}x = \frac{12}{25}x^2$ $a = \frac{12}{25}$

<普通に解くなら>

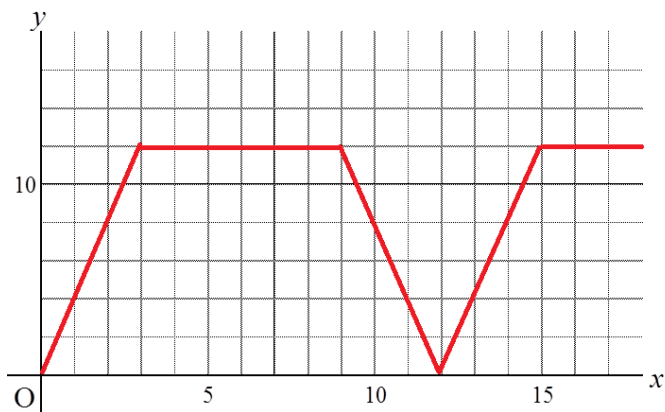
$y = ax^2$ に, $(5, 12)$ を代入し, $y = \frac{12}{25}x^2$

(2) (1点)

S が D に重なってから, 減少し始める。 $10+8-4=14$

$x=14$

問2 (2点)



$0 \leq x \leq 3$ 長方形が重なっていく

$3 \leq x \leq 9$ 長方形が全て重なる

$9 \leq x \leq 12$ 長方形の重なる部分が減っていく……

問3 (3点)

【ルール①】

$0 \leq x \leq 5$ $y = \frac{12}{25}x^2$ $5 \leq x \leq 14$ $y = 12$

$14 \leq x \leq 18$ $y = -(x-14) \cdot 3 + 12 = -3x + 54$

【ルール②】

$0 \leq x \leq 3$ $y = x \cdot 4 = 4x$ $3 \leq x \leq 9$ $y = 12$

$9 \leq x \leq 12$ $y = -4x + 48$

$12 \leq x \leq 15$ $y = 4x - 48$ $15 \leq x \leq 18$ $y = 12$

y が等しくなるのは,

$14 \leq x \leq 15$ で, $-3x + 54 = 4x - 48$ $7x = 102$ $x = \frac{102}{7}$

【コメント】

ありがちな図形が動く問題ですが, 練習に丁度良いでしょう。グラフ, 数式のヒントがたくさんで, 優しさにあふれています。

北海道で裁量対策を考えるなら, 問3単体で解くと良いかもしれません。