

都合のよい展開図

範囲：中3 空間図形

難易度：★★★★☆

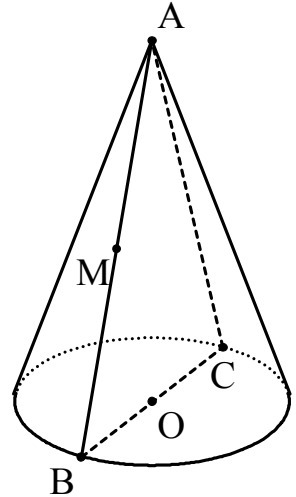
得点

/9

出典：2014 年度福岡県

右図のように、半径 6 cm の円 O を底面とし、母線の長さが 18 cm の円錐がある。線分 BC は底面の直径、点 M は母線 AB の中点である。次の問いに答えなさい。

- (1) 線分 OM の長さを求めなさい。
- (2) 右図の円錐を、点 M を通り底面に平行な平面で分けたときにできる立体のうち、頂点 A を含む立体の体積を求めなさい。
- (3) 右図に示す円錐の側面を、母線 AB で切って開いた展開図において、線分 AC 上に点 P を、 $BP+PM$ の長さが最も短くなるようにとる。このとき、線分 AP の長さを求めなさい。



【解答例】**(1) (2点)**

△BCA で、中点連結定理より、 $2OM=AC$ だから、**OM=9cm**

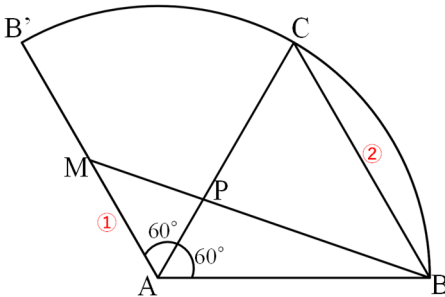
(2) (3点)

三平方の定理より、 $OA=12\sqrt{2}$ cm、よって図の円錐の体積は、

$$\frac{1}{3} \times 6^2 \pi \times 12\sqrt{2} = 144\sqrt{2}\pi \text{ cm}^3$$

今回求める円錐と、図の円錐の相似比は $1:2$ なので、体積比は $1:8$ となる。

よって答えは、 $144\sqrt{2}\pi \times \frac{1}{8} = \mathbf{18\sqrt{2}\pi \text{ cm}^3}$

(3) (4点)**Point 展開図を正しく描く！**

AB で側面を切っているのだから、展開図の扇形を描く(円は省略)と、左図のように点 B (と点 M) は2つできる。

点 B, P, M が、一直線上にあれば良い。

弧 BB' の長さは、 12π なので、この扇形の中心角は、

$$2\pi \times 18 \times \frac{x}{360} = 12\pi \quad x = 120 \quad \text{となるから、中心角は } 120^\circ$$

故に、 $\angle BAC = \angle BCA = \angle CAM = 60^\circ$ となる。これと対頂角が等しいことから、 $\triangle PBC \sim \triangle PMA$ となる。

△ABC は正三角形なので、 $BC=18\text{cm}$ 、また $AM=9\text{cm}$ なので、相似比は $2:1$ 。

$$AP = 18 \div 3 = \mathbf{6 \text{ cm}}$$

【コメント】

(3) は展開図さえしっかり描ければ余裕、公立高校らしい問題です。しっかり勉強してきたかが問われています。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>