

平成 30 年 予想問題 解答解説

大問 1 小問集合② 配点 14 点

問 1 (1 点×4)

20%食塩水 100 g に食塩 20 g 入ってるのだから, x g には,

$$\frac{20}{100} = \frac{\text{ア}}{x} \quad \text{ア) } = \frac{20}{100}x \text{ 入っている。}$$

同様に イ) $\frac{10}{100}y$

$$\frac{12}{100} = \frac{1}{x+y} \left(\frac{20}{100}x + \frac{10}{100}y \right)$$

$$12(x+y) = 20x + 10y \quad \text{ウ) } y = 4x \quad \text{エ) } 1 : 4$$

問 2 (3 点)

10000 人のうち, $10000 - 2000 = 8000$ 人の 80% の人々が「可愛い」「普通」と, 答えているので,

$$200 \text{ 万} \times \frac{80}{100} = \text{160 万人}$$

問 3 (1 点×4)

$$\text{ア } 2r \quad \text{イ } \frac{2\pi r^3}{3} \quad \text{ウ } \pi(2r)^2 \times 4r = 16\pi r^3 \quad \text{エ } 24$$

問 4 (3 点)

線分 CD の垂直 2 等分線を引いて, 直線 AB との交点を P とすれば良い。(CD は円の弦)

大問 2 記述させる大問 配点 7 点

問 1 (2 点×2)

階級値×度数の合計は $26.6 \times 300 = 7980$

$$7980 - 350 - 750 - 725 - 3150 - 2250 - 110 - 325 = 320$$

$$300 - 70 - 50 - 29 - 90 - 50 - 2 - 5 = 4$$

アを x イを y とすると,

$$\begin{cases} 75x + 85x = 320 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

これを解いて, ア 2 イ 2

問 2 (3 点)

(例) 中央値が含まれる階級は, 30~40 点

大問 3 関数 配点 10 点

問 1 (3 点)

$$A(4, 11) \text{ となるから, } 11 = 16a \quad a = \frac{11}{16}$$

問 2 (3 点)

$$0 \leq y \leq 18$$

問 3 (4 点)

$A(4, 16), B(t, t^2), C(4, t^2)$ と表せる。 $-4 < t < 0$ だから,

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} * (4-t)(16-t^2) \quad \text{【1 点】}$$

直線 AB の式を t を用いて表すと, 傾き $(4+t)$ だから, $y = (4+t)x - 4t$ となるので, AB と y 軸との交点を D とすると, $D(0, -4t)$

$$\triangle ABO = \triangle ADO + \triangle BDO$$

$$= \frac{1}{2} * (-4t) * 4 + \frac{1}{2} * (-4t) * (-t)$$

$$= 2t(t-4) = -2t(4-t) \quad \text{【1 点】}$$

$$4\triangle ABC = \triangle ABO \quad \text{【1 点】 だから,}$$

$$2(16-t^2) = -2t \quad 16-t^2 = -t \quad t^2-t-16=0$$

$$-4 < t < 0 \text{ より, } t = \frac{1-\sqrt{65}}{2} \quad \text{【1 点】}$$

大問 4 証明 配点 8 点

問 1 (3 点)

$AB=AD$ なので, $AD : DC = 1 : 1$ 。点 D は辺 AC の中点となる。高さ EA が共通, $AD=DC$ なので, $\triangle DEC = \triangle ADE = \triangle ABC = \mathbf{1 \text{ cm}^2}$

問 2 (5 点)

仮定より

$$\angle ACB = \angle AED \dots \text{①} \quad \text{【1 点】}$$

($AB=AD$, $\angle BAD=90^\circ$, $AC=AE$, $\angle CAE=90^\circ$ だから,) $\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ は直角二等辺三角形である(相似である)。

$$\text{したがって, } \angle ADB = \angle AEC \quad \text{【1 点】}$$

$$\text{また, } \angle ADB = \angle DBC + \angle ACB \quad \text{【1 点】 より,}$$

$$\angle DBC = \angle ADB - \angle ACB \dots \text{②}$$

$$\angle DEC = \angle AEC - \angle AED \quad \text{【1 点】} \dots \text{③}$$

①, ②, ③より, $\angle DBC = \angle DEC$ (証明終わり) 【1 点】

大問5 学校裁量問題 配点 21 点

問1

(1) (4 点)

C から OD に垂線 CH を下ろす。∠COD=30°だから、

$$OH = 2 * \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \text{ cm} \quad CH = 1 \text{ cm}$$

$$\triangle CDE = \frac{1}{2} * 4 * 1 = 2 \text{ cm}^2$$

(2) (4 点)

F から OB に垂線 FI を下ろす。

∠FOI=60°, ∠OBF=45°だから、FI=√3xとすると、

OI = x, BI = √3xとなる。

$$\triangle OBF = (x + \sqrt{3})x \times \sqrt{3}x \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}(3 + \sqrt{3})$$

$$(\sqrt{3} + 3)x^2 = 3(3 + \sqrt{3})$$

$$x^2 = 3 \quad x > 0 \text{ より, } x = \sqrt{3}$$

$$\text{半径は, } x + \sqrt{3}x = \sqrt{3} + 3 \text{ cm}$$

問2 (4 点)

$x^2 - 2ax + b = 0$ を解の公式で解くと、

$$x = \frac{2a \pm \sqrt{4a^2 - 4b}}{2} = \frac{2a \pm 2\sqrt{a^2 - b}}{2}$$

= $a \pm \sqrt{a^2 - b}$ $a^2 - b$ が平方数となれば良い。

$a=1$ のとき、 $1-b$ 。平方数となるのは、 $b=1$ 。

$a=2$ のとき、 $4-b$ 。平方数とはなるのは、 $b=3, b=4$ 。

$a=3$ のとき、 $9-b$ 。平方数となるのは、 $b=5$

$a=4$ のとき、 $16-b$ 。平方数となる b はない。

$a=5, a=6$ のときも無い。

よって合計 4 通りあるから、確率は

$$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

※ 平方数とは、自然数の 2 乗になる数。4 とか 9。

問3

(1) (5 点)

体積比、立体 P-QIKJ : 立体 P-FBCG

$$= (2x)^3 : (3x)^3 = 8x^3 : 27x^3 = 8 : 27 \text{ なので, } \text{【1 点】}$$

$$W : \text{立体 P-FBCG} = 19 : 27 \quad \text{【1 点】}$$

$V = S \times 6$ と表すと、

立体 P-FBCG

$$= S \times 3x \times \frac{1}{3} = Sx \quad \text{よって, } W = \frac{19}{27} Sx \quad \text{【1 点】}$$

$5W = V$ だから、

$$\frac{95}{27} x = 6 \quad \text{【1 点】} \quad x = \frac{162}{95} \quad \text{【1 点】}$$

(2) (4 点)

長方形 EFCD を考える。

常に K は、 $CK : KP = x : 2x = 1 : 2$ を維持しながら動く。よって、以下のように動く。

底辺 2cm, 高さは

$$6\sqrt{2} * \frac{1}{3} = 2\sqrt{2} \text{ cm なので, 求める面積は,}$$

$$\frac{1}{2} * 2 * 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ cm}^2$$

