

平成31年度

高等学校入学者選抜学力検査予想問題

# 第 2 部

## 数 学

### 注 意

- 1 問題は、**1** から **5** まであり、8 ページまで印刷してあります。
- 2 学校裁量問題は、**5** です。
- 3 答えは、すべて別紙の解答用紙に記入し、解答用紙だけ提出しなさい。
- 4 **3** の問 3, **5** の問 1 (2) は、途中の計算も解答用紙に書きなさい。  
それ以外の計算は、問題用紙のあいているところを利用しなさい。

制作：「高校入試 良問・難問」  
<https://hokkaimath.jp/>

1 次の問いに答えなさい。

問1 次の問題を考えます。

(問題)

連続する3つの偶数の積は、必ず48の倍数になることを証明しなさい。

問題を、以下のように証明するとき、空欄を適切に埋めなさい。

(解答)

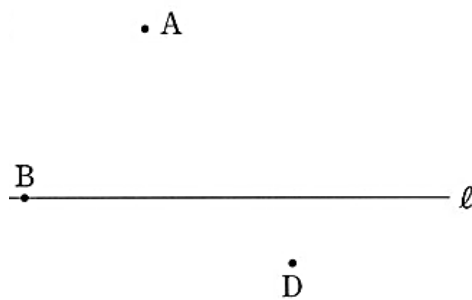
連続する3つの偶数のうち、真ん中の数を  $2n$  と表すと、最も小さい数は ，最も大きい数は  と表せる。よって、連続する3つの偶数の積は、

$$2n \times \text{ア} \times \text{イ} = \text{ウ} (n-1)n(n+1)$$

ここで、 $(n-1)n(n+1)$  は連続する3つの自然数の積であるから、少なくとも1つの因数が偶数で、少なくとも1つの因数が3の倍数であるから、必ず  の倍数となる。

したがって、連続する3つの偶数の積は、必ず48の倍数になる。

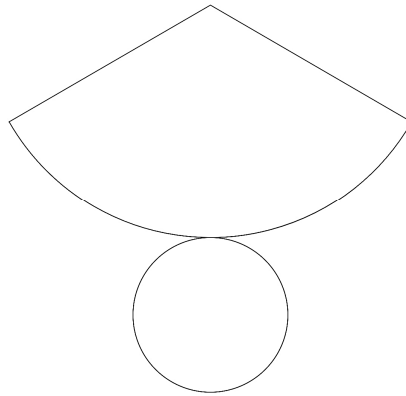
問2 直線  $l$  上に点  $B$  があり、上側に点  $A$ ，下側に点  $D$  があります。直線  $l$  上にあり、 $\angle ACB = \angle DCB$  となる点  $C$  を作図しなさい。



問3 次の問題を考えます

(問題)

下の図は円錐の展開図であり、側面の扇形の中心角は  $120^\circ$ 、底面の円の半径は  $4\text{ cm}$  です。この扇形の半径を求めなさい。



この問題を以下のように考えるとき、空欄に入る式、数を書きなさい。

(解答)

円周率は $\pi$ とすると、扇形の弧の長さは、  $\text{cm}$ である。よって、扇形の半径を  $x\text{ cm}$  とすると、

$$\text{イ} = \text{ア}$$

という方程式が出来る。これを解いて、 $x = \text{ウ}$

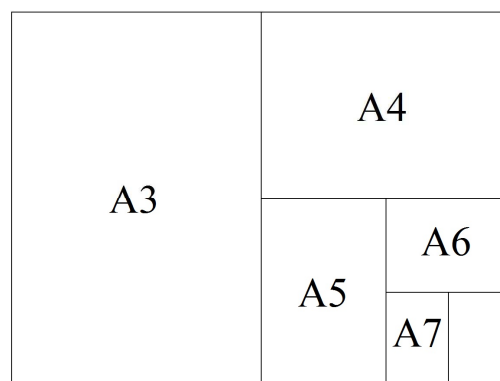
問4 以下のように、①～④の席があります。A～Dさんは、①～④のいずれかの席に座ります。Aさんが③に座る、席の座り方は何通りありますか、求めなさい。

①	②
③	④

2 無理数に関する会話を読んで、問いに答えなさい。

U:	10 $\sqrt{2}$ cmを正確に測りたいわ。でも、自然数 cm 長さは定規で正確に測れても、無理数は無理ね。
T:	簡単だよ。この 40 cm ロープを使い、 <input type="text" value="ア"/> を作ればいいんだよ。そしたら、対角線の長さを利用できるでしょ。
U:	なるほど！
F:	何か面白い事やっているね。
T:	無理数の長さを求めたいんだって。でも、身の回りで長さが無理数になる物って無くない？
F:	実はあるんだよ。この A3 サイズの紙（この問題用紙を開いたときの大きさ）さ。
U:	いつも使っているこの長方形の紙がそうなの？
F:	そうさ。この A3 の紙を、長さが長い方の辺が半分になるように折ると.....A4 サイズになるね。さらに半分に折ると、A5 サイズになる。
T:	それがどうかしたの？
F:	気づかない？ どんなに半分に折っても、常に、長い方の辺 : 短い方の辺の比が同じなんだよ。
U:	どんな比率なの？
F:	それは計算で求めてみよう。A3 の長方形の紙の、長い方の辺の長さを $x$ 、短い方の辺の長さを 1 とする。 <input type="text" value="イ"/> 。この方程式を解いて、 $x = \sqrt{2}$ となるから、常に比率は、 $1 : \sqrt{2}$ 。ほら、無理数でしょ？
T:	本当だ。こんな近くに無理数があったなんて.....。

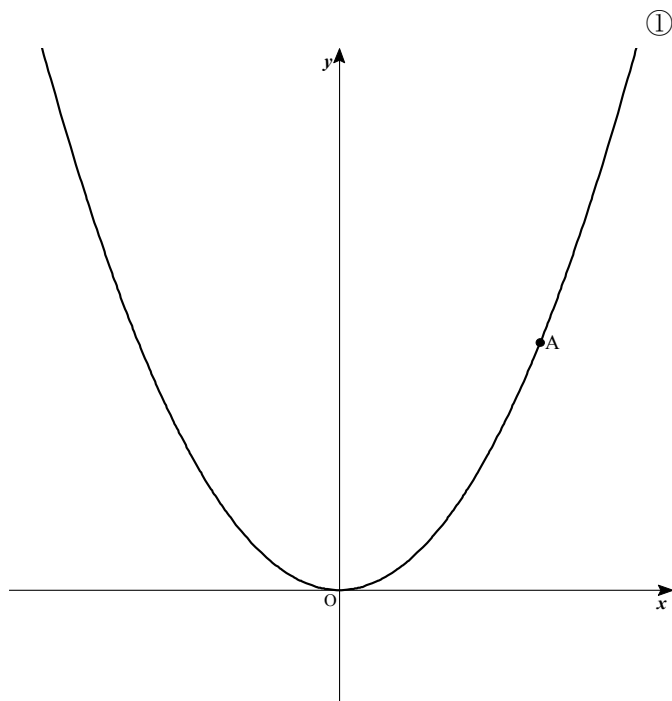
参考図



問 1 に入る図形を文で答えなさい。

問 2 に入る、 $x$  を求める過程を書きなさい。

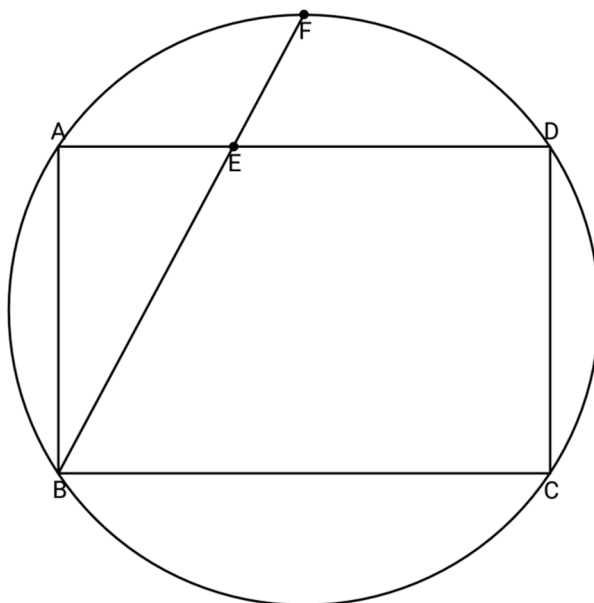
- ③ 下の図のように、関数 $y = ax^2$  ( $a$ は正の定数).....①のグラフ上に点 A があります。点 A の  $x$  座標は 2 とします。点 O は原点とします。  
次の問いに答えなさい。



- 問 1 A の  $y$  座標が 1 のとき、 $a$  の値を求めなさい。
- 問 2  $a = 2$  とします。直線 OA の式を求めなさい。
- 問 3 点 A から、傾き  $-2$  の直線を引き、 $y$  軸との交点を B、 $x$  軸との交点を C とします。 $\triangle OAB = \triangle OAC$  となるとき、 $a$  の値を求めなさい。

4 下の図のように、同一円周上に、点 A, B, C, D を四角形 ABCD が長方形になるように取ります。

$\angle ABD$  の 2 等分線と、線分 AD との交点を E, 円周との交点を F とします。次の問いに答えなさい。

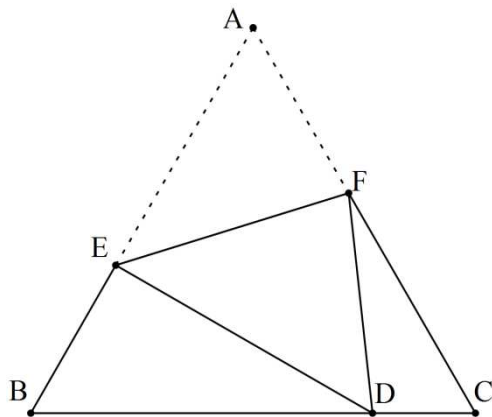


問 1  $\triangle ABE \equiv \triangle FDE$  となるとき、長方形 ABCD は  $\triangle ABE$  の何倍の面積ですか、求めなさい。

問 2  $\triangle FBC$  が二等辺三角形であることを証明しなさい。

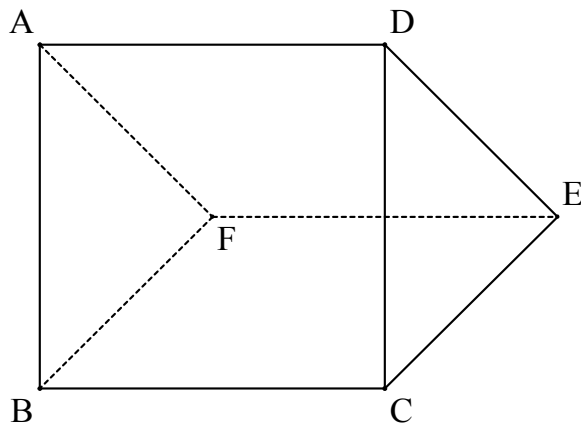
5 次の問いに答えなさい。

問1 下の図のように、1辺が $x$  cmの正三角形があります。正三角形ABCを、頂点Aが線分BC上の点Dに重なるように、線分EFを折り目として折り曲げます。次の問いに答えなさい。



- (1)  $\angle BDE = a^\circ$  とします。 $\angle AFE$  の大きさを、 $a$  を用いて表しなさい。
- (2)  $BD = 1$  cm,  $\triangle BDE$  と  $\triangle CFD$  相似比を  $3 : 2$  とします。 $x$  の値を求めなさい。

問2 下の図のように、 $\angle ABF = 90^\circ$ ,  $AB = BC = BF = 6$  cmの三角柱ABF-DCEがあります。この三角柱は、四角形BCEFが床に接しています。線分AF上に、 $FP = x$  cmとなるように点Pを取ります。次の問いに答えなさい。



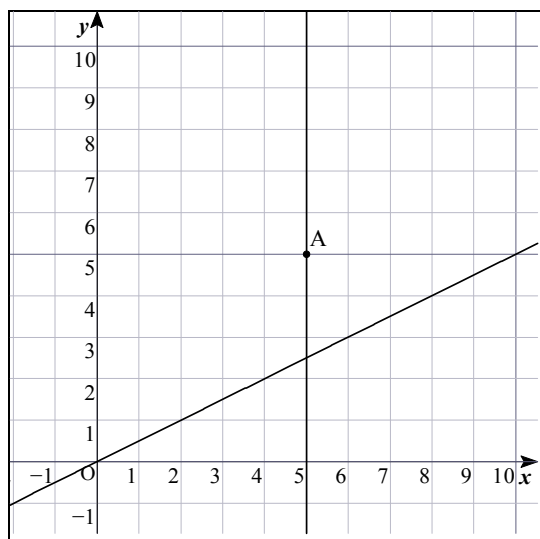
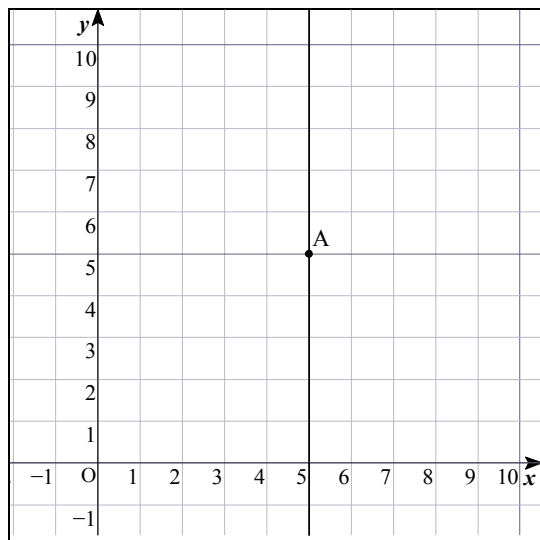
- (1) 三角柱ABF-DCEの体積が四角錐P-BCEFの4倍となるとき、 $x$ の値を、方程式をつくり、求めなさい。
- (2)  $x = 3$  とします。線分EFを軸として、三角錐を四角形ADEFが床に接するように回転させます。このとき、 $\triangle BPF$ が動いてできる図形の面積を求めなさい。

問3 右の図のように、点 A (5, 5) があります。A は、 $x = 5 (0 \leq y \leq 10)$  上を次のように動きます。

- 1, 1 秒間当たり、 $y$  座標を、1 ずつ上昇させ移動する。
- 2,  $y$  座標が 10 になったら、以後は 1 秒間当たり、 $y$  座標を 1 ずつ減少させ移動する。
- 3, 2 を続けて、 $y$  座標が 0 になったら、1 に戻る。以後、1 ~ 3 を繰り返す。

さらに、右の図に、以下のように、直線を引きます。

- 1,  $y = \frac{1}{2}x + b$  の直線  $l$  を引く。0 秒では  $b = 0$  である。
- 2,  $b$  の値は、1 秒間当たり 1 ずつ上昇する。
- 3,  $b$  の値が 10 になったら、以後は 1 秒間当たり、 $b$  の値を 1 ずつ減少させる。
- 4, 3 を続けて、 $b$  が 0 になったら、2 に戻る。以後、2 ~ 4 を繰り返す。



- (1) 2019 秒後の、A の  $y$  座標を求めなさい。
- (2) 2019 秒までに、点 A が直線  $l$  上の点になる回数を求めなさい。