

平成 31 年 予想問題 1 解答解説

大問 1 小問集合② 配点 12 点

問 1 期待正答率 25% 1 点×4

ア $2n-2$ イ $2n+2$

$$2n * (2n-2) * (2n+2) = 2n(4n^2-4)$$

$$= 8n(n^2-1) = \text{ウ } 8(n-1)n(n+1) \quad \text{エ } 6$$

問 2 期待正答率 1% 3 点

点 A を、直線 l に関して対称移動した点を A' とする。
直線 $A'D$ を引き、直線 l との交点を C とする。

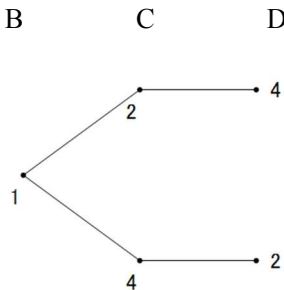
すると、 $\angle ACB = \angle A'CB$, $\angle A'CB = \angle DCB$ であるから、 $\angle ACB = \angle DCB$ となる。

作図の手順は、点 A から直線 l に垂直二等分線を下ろし、交点を O とする。直線 OA 上に、 $OA = OA'$ となる点 A' を取り、直線 $A'D$ と直線 l との交点を C とすればよい。

問 3 期待正答率 85% アウ各 1 点 イ 2 点

ア 8π イ $2\pi x \times \frac{120}{360}$ ウ 12

問 4 期待正答率 80% 3 点



このような樹形図は、あと 2 つ書ける。

よって、座り方は $2 \times 3 = 6$ 通り。

大問 2 記述とか方程式とかの大問 配点 7 点

問 1 期待正答率 60% 3 点

(1 辺が 10 cm の) 正方形

問 2 期待正答率 25% 4 点

半分に折って、A4 の紙を作ると、長い方の辺の長さは 1、短い方の辺は、 $\frac{x}{2}$ となる。【辺の長さ各 1 点】

比率は常に一定だから、

$$x:1 = 1:\frac{x}{2} \quad \text{【式 2 点】}$$

大問 3 関数 配点 10 点

問 1 期待正答率 90% 3 点

A (2, 1) となるから、

$$1 = 4a \quad a = \frac{1}{4}$$

問 2 期待正答率 70% 3 点

A (2, 8) となるから、直線 OA: $y = 4x$

問 3 期待正答率 10% 4 点

A (2, 4a) 【1 点】と表せる。A を通り傾き -2 の直線は、切片を b とすると、 $4a = -4 + b$ $b = 4a + 4$ よって、 $y = -2x + 4a + 4$...①と表せる。【1 点】

よって、B (0, 4a+4)

$\triangle OAB = \triangle OAC$ のとき、点 A は BC の中点となるから、A の y 座標は、 $(0 + 4a + 4) \div 2 = 2a + 2$ 【1 点】とも表せる。 $4a = 2a + 2$ これを解いて、 $a = 1$ 【1 点】

大問 4 図形と証明 配点 8 点

問 1 期待正答率 10% 3 点

BE = DE より、 $\triangle EBD$ は二等辺三角形となるから、 $\angle EBD = x^\circ$ とすると、 $\angle EDB = x^\circ$ よって、外角の関係から、 $\angle AEB = 2x^\circ$ $\angle ABE = x^\circ$ $\angle BAE = 90^\circ$ より、 $3x = 90$ $x = 30$ となる。

したがって、AE = 1 とすると、BE = DE = 2 となるから、 $\triangle ABE = \frac{1}{2} AB$ 長方形 ABCD = 3AB

となるから、長方形 ABCD は $\triangle ABE$ の 6 倍。

問 2 期待正答率 15% 5 点

仮定より、 $\angle FBD = \angle FBA$ 【1 点】

弧 FD に対する円周角は等しいから、

$$\angle FBD = \angle FCD \quad \text{【1 点】}$$

よって、 $\angle FBA = \angle FCD$ 【1 点】また、

$$\angle FBC = 90^\circ - \angle FBA$$

$$\angle FCB = 90^\circ - \angle FCD \quad \text{であるから、}$$

$$\angle FBC = \angle FCB \quad \text{【1 点】}$$

したがって、2 つの角が等しいから、 $\triangle FBC$ は二等辺三角形。【1 点】

大問5 学校裁量問題 配点 21 点

問1

(1) 期待正答率 75% 3点

$\triangle BDE \sim \triangle CFD$ より、

$$\angle CFD = a^\circ$$

$$\angle AFE = \angle EFD = (180 - a) \div 2$$

$$= \left(90 - \frac{a}{2}\right)^\circ$$

(2) 期待正答率 0.5% 4点

$\triangle BDE \sim \triangle CFD$ なので、

$CD = x - 1$ cm だから、 $BE:CD = 3:2$ より

$$BE = \frac{3}{2}(x - 1) \text{ cm}$$

$$DE = AE = x - BE = x - \frac{3}{2}(x - 1) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \text{ cm} \quad \text{【1点】}$$

$DE:FD = 3:2$ より、

$$FD = FA = \frac{2}{3}DE = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}\right) = \frac{1}{3}x + 1 \text{ cm}$$

$BD:CF = 3:2$ より、

$$CF = \frac{2}{3}BD = \frac{2}{3}x \text{ cm} \quad \text{【1点】}$$

$$CF + FA = x \text{ より、} x = \frac{2}{3}x + 1 + \frac{1}{3}x \quad \text{【1点】}$$

$$\frac{4}{3}x = \frac{5}{3} \quad x = \frac{5}{4} \text{ cm} \quad \text{【1点】}$$

問2

(1) 期待正答率 50% 4点

(方程式 2点)

$$108 = 4 * \frac{1}{3} * 36 * \frac{\sqrt{2}}{2} x$$

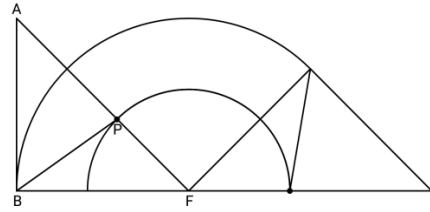
$$108 = 24\sqrt{2}x \quad (1 \text{ 点})$$

$$x = \frac{108}{24\sqrt{2}} = \frac{9}{2\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{2}}{4} \text{ cm} \quad (\text{答え 1点})$$

(2) 期待正答率 15% 3点

$$\text{扇形 } 6 * 6 * \pi * \frac{135}{360} = \frac{27}{2} \pi \text{ cm}^2$$

$$\triangle BPF = \frac{3}{6\sqrt{2}} * 18 = \frac{9\sqrt{2}}{2} \text{ cm}^2 \quad \text{計} \left(\frac{27}{2}\pi + \frac{9\sqrt{2}}{2}\right) \text{ cm}^2$$



問3

(1) 期待正答率 40% 3点

地道に数える。

5秒で10 15秒で0 35秒で0 55秒で0
.....2015秒で0 2019秒では **4**

(2) 期待正答率 0.1% 4点

最初に交わるのは、5秒～の、Aが下がり、直線が上がっているときである。5秒から t 秒後にぶつかる
とすると、5秒後の直線は

$$y = \frac{1}{2}x + 5 \text{ だから、} x = 5 \text{ を代入し、} \frac{15}{2}$$

$$10 - t = \frac{15}{2} + t \quad 2t = \frac{5}{2} \quad t = \frac{5}{4}$$

よってはじめて交わるのは、 $5 + \frac{5}{4} = \frac{25}{4}$ 秒後

次に交わるのは、15秒～の、Aが上がり、直線が下がっているときである。上と同じように求めて、

$$t = \frac{15}{2} - t \quad 2t = \frac{15}{2} \quad t = \frac{15}{4} \quad 15 + \frac{15}{4} = \frac{75}{4} \text{ 秒後}$$

次に交わるのは、25秒～の、Aが下がり、直線が下がっているとき。

$$10 - t = \frac{15}{2} + t \quad t = \frac{5}{4} \quad 25 + \frac{5}{4} = \frac{105}{4} \text{ 秒後}$$

以下同様に、

$$\frac{25}{4} \rightarrow \frac{75}{4} \rightarrow \frac{105}{4} \rightarrow \frac{155}{4} \rightarrow \frac{185}{4} \rightarrow \frac{235}{4} \dots \text{ と交わる。}$$

$$\frac{25}{4} \text{ 秒から、} \frac{80}{4} = 20 \text{ 秒ごとに 2 回交わるから、}$$

$$\frac{25}{4} + 2000 = \frac{8025}{4} \text{ (2006.25) 秒までに、201 回交わる}$$

$$\frac{8025}{4} \rightarrow \frac{8075}{4} \text{ (2018.75)} \rightarrow \frac{8105}{4} \text{ (2026.25)}$$

よって、交わる回数は、**202 回**。