平成 31 年度　数学予想問題 2　解答解説

大問 1　小問集合②　配点 13 点

問 1（ア **1** 点，イ **2** 点，ウ **1** 点）

ア　$l = 2\pi r * \frac{x}{360} = \boldsymbol{\frac{\pi r x}{180}}$

イ　$x = \boldsymbol{\frac{180l}{\pi r}}$

ウ　$\boldsymbol{\frac{x}{2}}$

問 2（完全解答 **3** 点）

ねじれの位置とは，交わらず，平行でもない線分のことである。よって，イ，エ，カ。

問 3（**3** 点）

・まず，点 A を通る，線分 AB に垂直な線を作図。

・線分 BA を延長し，角の 2 等分線を引いて，点 C を取れば良い。

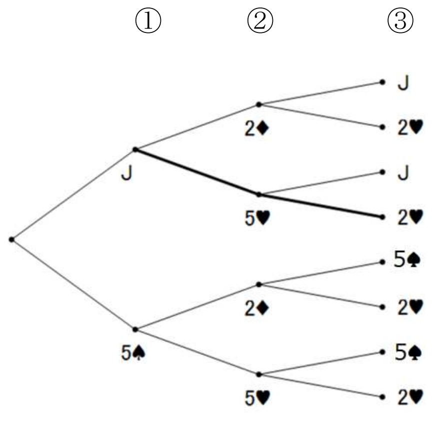
問 4（**3** 点）

それぞれの中学校の平均点は，（全生徒の合計点数）÷（生徒の数）で求められている。よって，生徒の数を平均点にかけてあげれば，それぞれの中学校の全生徒の合計点数が分かり，それらを全て足して，A 市の全生徒の数で割れば，A 市の平均点が求まる。

各中学校の生徒の数

大問 2　記述させる大問　配点 8 点

・樹形図を描く。



問 1（**3** 点＋**2** 点）

J 君が JOKER を引き，K 君が 5♥を引いたとき。

$\boldsymbol{\frac{1}{4}}$

問 2（**3** 点）

・樹形図の太線のカードの選ばれ方をすると，K 君も，S 君も上がってしまう。よって，これ以外なら，4 回目にカードが引けるので，$\boldsymbol{\frac{7}{8}}$

大問 3　関数　配点 10 点

問 1（**3** 点）

A$(4, 20)$となるので，$20 = 16a$　$a = \frac{20}{16} = \boldsymbol{\frac{5}{4}}$

問 2（**3** 点）

$x = 4$ のとき，$y = \frac{32}{3}$なので，$x = p$のとき，$y = 24$ となる。$24 = \frac{2}{3}p^2$　$p^2 = 36$　$p < 0$ より，$\boldsymbol{p = -6}$

問 3（**4** 点）

（二等辺三角形の頂角の 2 等分線は, 底辺を垂直に 2 等分するので,）△CAB は，CA＝CB の二等辺三角形となる。【1 点】

A（4, 16a）B（−2, 4a）なので，三平方の定理より，

$\sqrt{1 + 256a^2} = \sqrt{25 + 16a^2}$　【方程式 2 点】

2 乗し整理して，

$240a^2 = 24$　$a^2 = \frac{1}{10}$　$a > 0$ より，$\boldsymbol{a = \frac{\sqrt{10}}{10}}$

大問 4　証明　配点 8 点

問 1（完答 **3** 点）

ア，長方形　イ，ひし形

問 2（**5** 点）

AD//EC，AE//DC より，四角形 AECD は平行四辺形である。【1 点】したがって，対辺は等しいから，

AE＝DC…①【1 点】

AE//DC より平行線の同位角は等しいから，

∠DCE＝∠AEB【1 点】

仮定より，∠DCE＝∠ABE【1 点】

よって，∠ABE＝∠AEB となり，2 つの角が等しいから，AB＝AE…②【1 点】

①，②より，AB＝AE＝DC

大問5　<u>学校裁量問題　配点21点</u>

問1（1）（4点）

$200x+50y=2000 \quad 4x+y=40$

$y=4(10-x)$　となるから，xは1～9の9通りなので，yも9通り。(x, y) の組み合わせは**9通り**。

問1（2）（4点）

前半の条件

$200x+50y+400z=2000 \quad 4x+y+8z=40 \ldots$①

後半の条件

$400x+50y+200z=1800 \quad 8x+y+4z=36 \ldots$②

①－②より，$-4x+4z=4 \quad x=z-1 \ldots$③

①×2－②より，$y+12z=44 \quad y=44-12z \ldots$④

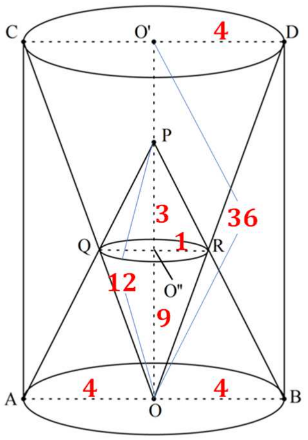
③，④を$x+y+z$に代入し，

$z-1+44-12z+z=43-10z$

x,y,z は自然数，$x+y+z>0$ なので，最も小さくなるとき，$z=3$。このとき，$x=2$，$y=8$

(x,y,z) ＝ **(2, 8, 3)**

問2（5点）



円錐PABの体積は$\frac{1}{3}\times 16\pi\times 12=64\pi\ \mathrm{cm}^3$【1点】

円錐PQRの体積は，$\pi\ \mathrm{cm}^3$なので，

体積比 1 : 64 より相似比は，1 : 4 となる。【1点】

O”P＝12÷4＝3 cm，O”O＝12－3＝9 cm

【どちらかが求められていたら1点】

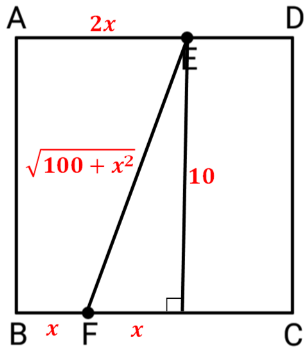
円錐OQRと，円錐OCDの相似比も 1 : 4【1点】

となるので，OO’＝9×4＝36 cm

よって，AC＝**36 cm**【1点】

注意：図は正確ではありません，そういうこともあります。

問3（1）（4点）



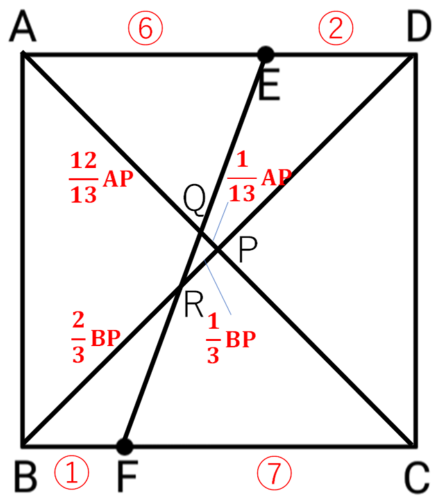
（方程式）$4x=\sqrt{100+x^2}$【2点】

$16x^2=x^2+100$

$15x^2=100$【1点】

$0<x<5$ より，$x=\frac{10}{\sqrt{15}}=\mathbf{\frac{2\sqrt{15}}{3}}$　【1点】

問3（2）（4点）



点PはAC，BDの中点である。

相似な三角形を見つけて，

$\mathrm{BR}=\frac{1}{3}\mathrm{BD}=\frac{2}{3}\mathrm{BP} \quad \mathrm{PR}=\mathrm{BP}-\frac{2}{3}\mathrm{BP}=\frac{1}{3}\mathrm{BP}$

$\mathrm{AQ}=\frac{6}{13}\mathrm{AC}=\frac{12}{13}\mathrm{AP} \quad \mathrm{QP}=\mathrm{AP}-\frac{12}{13}\mathrm{AP}=\frac{1}{13}\mathrm{AP}$

$\triangle\mathrm{PQR}=\triangle\mathrm{APB}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{13}=\frac{1}{39}\triangle\mathrm{APB}$

$\triangle\mathrm{APB}=4$ だから，$\triangle\mathrm{PQR}=\mathbf{\frac{4}{39}}$

※三角形の面積比に関しては，詳しくは

https://hokkaimath.jp/blog-entry-44.html

の（2）解説でも参照。