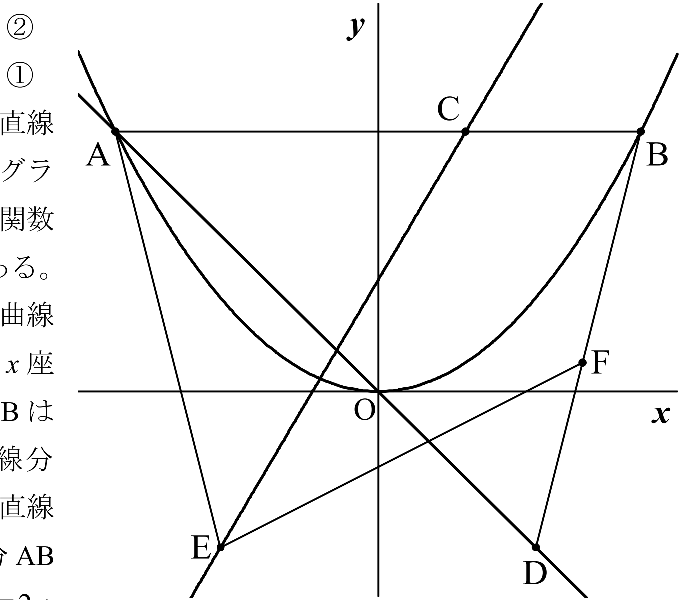
比率と対称移動関数		
範囲：中 3 関数	難易度：★★★★★	得点　　　　/14

出典：2021 年度　神奈川県



右の図において，直線①は関数 $y=-x$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

点 A は直線①と曲線②との交点で，その x 座標は -5 である。点 B は曲線②上の点で，線分 AB は x 軸に平行な直線である。点 C は線分 AB 上の点で，AC : CB＝2 : 1 である。

また，原点を O とするとき，点 D は直線①上の点で AO : OD＝5 : 3 であり，その x 座標は正である。さらに，点 E は点 D と y 軸について対称な点である。このとき，次の問いに答えなさい。

（ア）曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値として正しいものを次の 1〜6 から選び，その記号を答えなさい。

1，$a=-\dfrac{1}{2}$　　2，$a=-\dfrac{2}{5}$　　3，$a=-\dfrac{1}{5}$

4，$a=\dfrac{1}{5}$　　5，$a=\dfrac{2}{5}$　　6，$a=\dfrac{1}{2}$

（イ）直線 CE の式を $y=mx+n$ とするとき（i）m の値と，（ii）n の値として正しいものを，それぞれ次の 1～6 の中から 1 つ選び，その番号を答えなさい。

（i）m の値

1，$a=\frac{7}{5}$　　2，$a=\frac{3}{2}$　　3，$a=\frac{8}{5}$

4，$a=\frac{12}{7}$　　5，$a=\frac{24}{13}$　　6，$a=\frac{27}{14}$

（ii）n の値

1，$a=\frac{6}{5}$　　2，$a=\frac{9}{7}$　　3，$a=\frac{3}{2}$

4，$a=\frac{23}{14}$　　5，$a=\frac{9}{5}$　　6，$a=\frac{15}{7}$

（ウ）点 F は線分 BD 上の点である。三角形 AEC と四角形 BCEF の面積が等しくなるとき，点 F の座標を求めなさい。

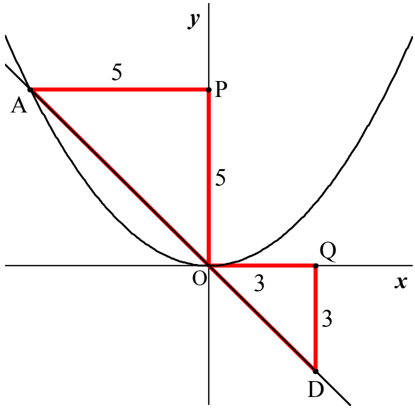
【解答例】※ここにある解法が必ずしも最適であるとは限りません。

（ア）（**4** 点）

直線①の式に $x=-5$ を代入して，$y=5$　A（$-5, 5$）となる。

曲線②の式に代入して，$5=25a$　$a=\frac{5}{25}=\mathbf{\frac{1}{5}}$　④

（イ）（完 **5** 点）



線分 AB は x 軸に平行なので，点 B は点 A を y 軸に関して線対称移動させたものだから，B（$5, 5$）

AC：CB＝2：1（AB：CB＝3：1）なので，$CB=10\times\frac{1}{3}=\frac{10}{3}$であるから，C の x 座標は $5-\frac{10}{3}=\frac{5}{3}$ となり C（$\frac{5}{3}, 5$）

△APO∽△OQD より，AO：OD＝AP：OQ＝PO：QD↑

AO：OD＝5：3 だから，D（3, －3）となる。点 E は点 D を y 軸に関して線対称移動させた点なので，E（－3, －3）

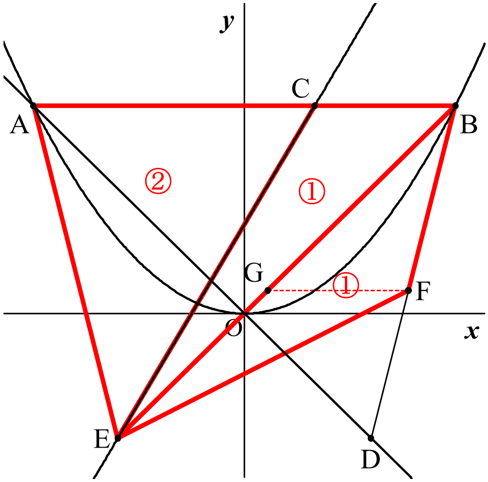
直線 CE の式は，傾き $m=(5+3)\div\left(\frac{5}{3}+3\right)=8\div\frac{14}{3}=8\times\frac{3}{14}=\mathbf{\frac{12}{7}}$　④

$y=\frac{12}{7}x+n$ に，E$(-3,-3)$を代入して，$-3=-\frac{36}{7}+n$　$n=\mathbf{\frac{15}{7}}$　⑥

（ウ）（**5** 点）

AC：CB＝2：1 なので，△ACE：△CBE＝2：1 である。

よって，△ACE＝四角形 BCEF のとき，△CBE＝△BEF である。



$$\triangle \text{BEF} = \triangle \text{CBE} = \frac{1}{2} \times \frac{10}{3} \times 8 = \frac{40}{3}$$

直線 BD：$y=4x-15$ だから，

F（t, $4t-15$）と置ける。

直線 BE：$y=x$ なので，点 F から x 軸に平行な直線を引き，BE との交点を G とすると，G（$4t-15$, $4t-15$）

$$\triangle \text{BEF} = \frac{1}{2} \times (t - 4t + 15) \times 8 = 4 \times (-3t + 15) = -12t + 60$$

$-12t + 60 = \dfrac{40}{3}$　これを解いて，$t = \dfrac{140}{36} = \dfrac{35}{9}$　$4t - 15 = \dfrac{5}{9}$　$\mathbf{F}\left(\dfrac{35}{9}, \dfrac{5}{9}\right)$

【コメント】

　問われていることはそこまででもないのですが，計算をやる勇気，本番計算をやる忍耐……など，とにかくメンタルが問われる問題です。比率，素早い直線の式計算は，当たり前に求められます。都立独自校の関数より（メンタル的に）きつい気がします。

【作成】

高校入試　数学　良問・難問　https://hokkaimath.jp/

【ブログの関数おすすめ練習問題（比率系）】

・https://hokkaimath.jp/blog-entry-20.html（ただしクソ問題）

・https://hokkaimath.jp/blog-entry-61.html（岐阜の丁度良い問題）

・https://hokkaimath.jp/blog-entry-164.html（鳥取の良い問題）

どれも神奈川程無茶はしていない。