

\$y=ax^2\$ の文字練習

範囲：中 3 関数

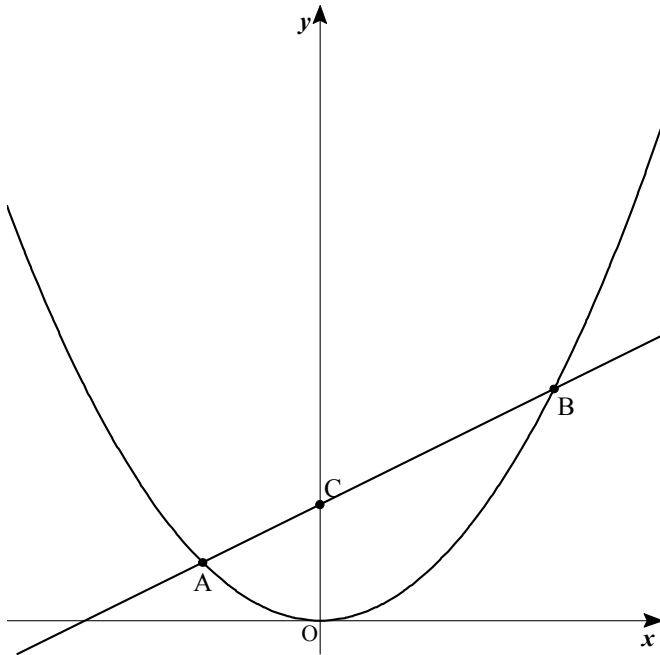
難易度：★★★★☆☆

得点 _____ /10

出典：2017 年度埼玉県

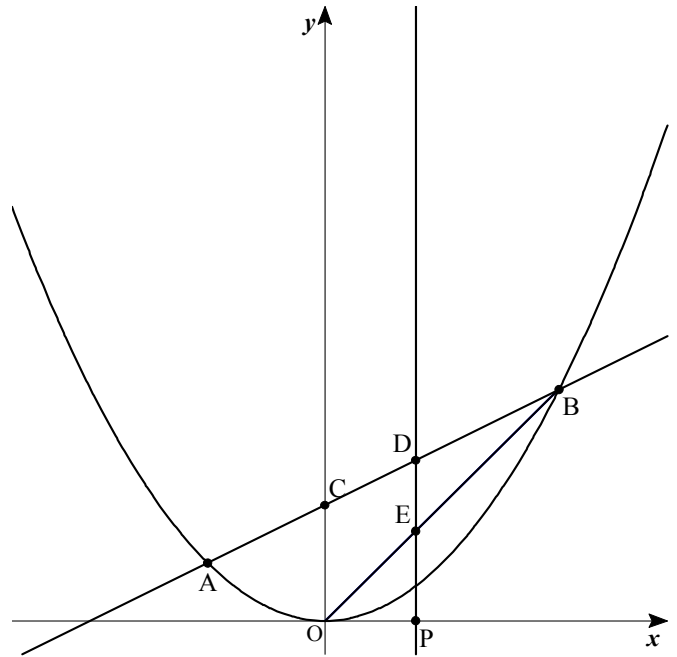
下の図で、曲線は関数 $y=ax^2$ のグラフです。曲線上に x 座標が $-2, 4$ である 2 点 A, B をとり、この 2 点を通る直線 l をひきます。直線 l が y 軸と点 $C (0, 2)$ で交わる時、次の各問に答えなさい。

ただし、座標軸の単位の長さを 1 cm とします。



- 問 1 $\triangle OBC$ の面積を求めなさい。
- 問 2 a の値を求めなさい。
- 問 3 x 軸上の $0 \leq x \leq 4$ の範囲に点 P をとり、点 P を通って y 軸に平行な直線 m をひきます。直線 m と直線 l との交点を D 、直線 m と線分 OB との交点を E とします。

$\triangle OAB$ と $\triangle BDE$ の面積の比が $4:1$ のとき、点 P の x 座標を途中の説明も書いて求めなさい。その際、解答用紙の図を用いて説明してもよいものとします。



$y=ax^2$ の文字練習 解答例

範囲：中3関数

難易度：★★★★☆☆

問1 (3点)

$$\triangle OBC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4 \text{ cm}^2$$

問2 (3点)

A (-2, 4a), B (4, 16a) と表せるから、直線 AB の

$$\text{変化の割合} = \frac{12a}{6} = 2a \quad \text{AB: } y = 2ax + 2$$

ここに、A (-2, 4a) を代入して、

$$a = \frac{1}{4}$$

問3 (4点)

$$\triangle OAB = \triangle OCA + \triangle OCB$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + 4 = 6 \text{ cm}^2 \text{ より,}$$

$$\triangle BDE = 6 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{2} \text{ cm}^2$$

$$\text{OB: } y = x, \quad \text{AB: } y = \frac{1}{2}x + 2 \text{ だから,}$$

$$P \text{ の } x \text{ 座標を } t \text{ とすると, } D\left(t, \frac{1}{2}t + 2\right), E(t, t)$$

$$\triangle BDE = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}t + 2 - t\right) \times (4 - t) = \frac{3}{2}$$

$$2\left(\frac{1}{2}t - 2\right)(t - 4) = 6 \quad (t - 4)^2 = 6$$

$$t - 4 = \pm\sqrt{6} \quad 0 \leq t \leq 4 \text{ より, } t = 4 - \sqrt{6}$$

$$4 - \sqrt{6}$$

【コメント】

埼玉県が発表している模範解答では、問3を相似を用いて解いていました。その方が計算が楽でエレガントなのですが、たぶん大半の受験生が思いつく解答がこれでしょう。

文字の扱いの良い練習となります。良い問題。

【プリント作成】

芸術的な難問・良問数学

<https://hokkaimath.blog.fc2.com/>