

## 平行四辺形の優しい関数

範囲：中3関数

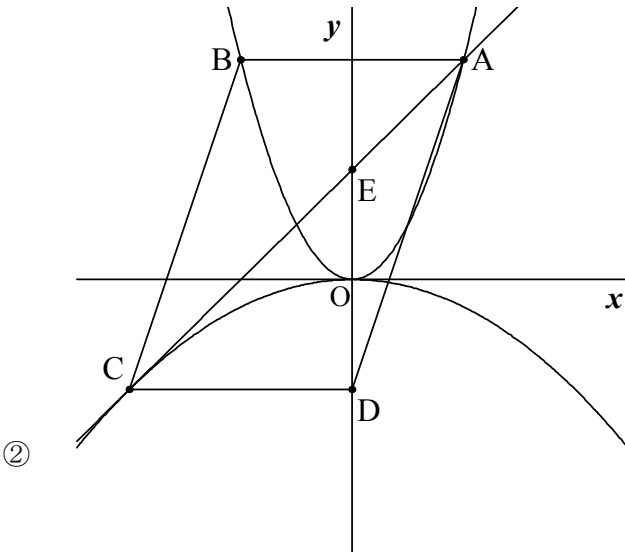
難易度：★★★★☆☆

得点

/10

出典：2017年度 愛媛県

下の図において、放物線①は関数  $y = x^2$  のグラフであり、①上の  $x$  座標が 2 である点を A、点 A を通り  $x$  軸に平行な直線と①との交点のうち、点 A と異なる点を B とする。放物線②は関数  $y = ax^2$  ( $a < 0$ ) のグラフであり、②上に点 C、 $y$  軸上に点 D を、四角形 ABCD が平行四辺形 となるようにとり、直線 AC と  $y$  軸との交点を E とすると、点 E の  $y$  座標が 2 となった。このとき、次の問いに答えなさい。 ①



- (1) 点 B の座標を求めよ。
- (2) 直線 AC の式を求めよ。
- (3)  $a$  の値を求めよ。
- (4) 点 P は、放物線①上を、原点 O から点 B まで動く点とする。点 P を通り  $y$  軸に平行な直線と放物線②との交点を Q とする。 $\triangle ABP$  の面積と  $\triangle CDQ$  の面積が等しくなるとき、点 P の  $x$  座標 を求めよ。



【解答例】

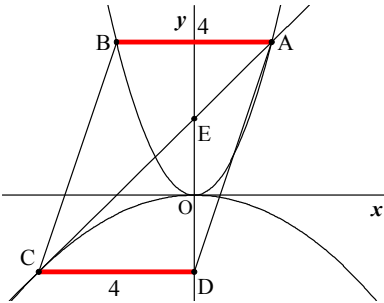
(1) (2点)

点 B は、点 A と y 軸に関して対称な点だから、**B (-2, 4)**

(2) (2点)

E (0, 2) より切片が 2 で、点 A (2, 4) を通るから、 **$y = x + 2$**

(3) (3点)

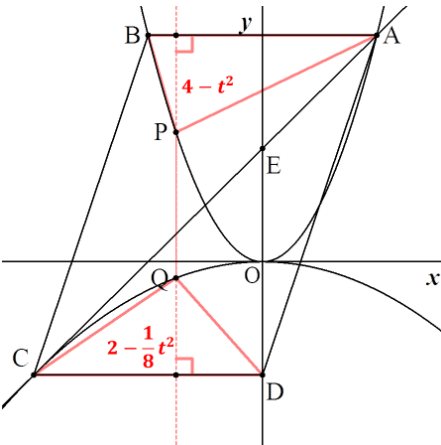


四角形 ABCD は平行四辺形だから、  
AB=CD=4 となる。

よって、点 C の x 座標は -4 だから、  
 $y = x + 2$  に代入して C (-4, -2)

これを、 $y = ax^2$  に代入して、 **$a = -\frac{1}{8}$**

(4) (3点)



$\triangle ABP$  において底辺を AB、 $\triangle CDQ$   
において底辺を CD とする。このと  
き、AB=CD だから、高さが等しく  
なれば、面積が等しくなる。点 P の x  
座標を  $t$  ( $-4 < t < 0$ ) とする。

$\triangle ABP$  の高さは、 $4 - t^2$ ,

$\triangle CDQ$  の高さは、 $2 - \frac{1}{8}t^2$

$$4 - t^2 = 2 - \frac{1}{8}t^2 \quad 7t^2 = 16$$

$$-4 < t < 0 \text{ より、} t = -\frac{4}{\sqrt{7}} = -\frac{4\sqrt{7}}{7}$$

### 【コメント】

(2) までは誰でも解けなくてはならない問題, (3) は平行四辺形の対辺が等しいを上手く使えるか, (4) はそれに加えて簡単な計算に持ち込むことができるか, そんな問題です。丁度良い問題ですね。

### 【作成】

高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>