

ラトビア人もびっくり

範囲：空間図形

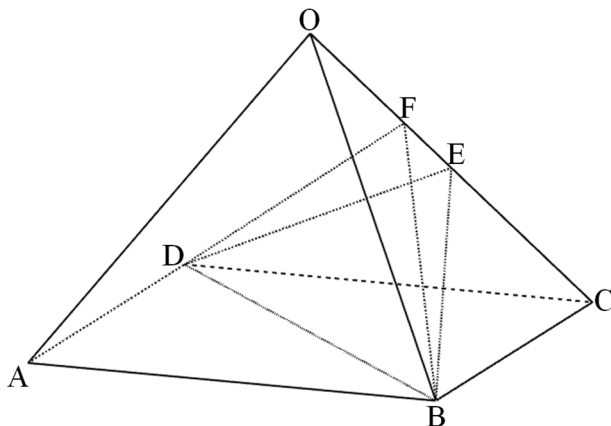
難易度：★×5

得点

/2

出典：2019年度 愛知県B

図で、立体 $OABCD$ は、正方形 $ABCD$ を底面とする正四角すいである。E は辺 OC の中点、F は OC 上の点で、 $OF : FC = 1 : 2$ である。正四角すい $OABCD$ のすべての辺の長さが 6 cm のとき、次の①、②の問いに答えなさい。



- ① 線分 FB の長さは何 cm か、求めなさい。
- ② B, D, E, F を頂点とする三角すいの体積は何 cm^3 か、求めなさい。

【解答例】**① (1点)**

△BOC は正三角形，点 E は OC の中点だから， $BE \perp OC$

$$BE = 3\sqrt{3} \text{ cm}, OF = \frac{1}{3}OC, EC = \frac{1}{2}OC \text{ より}, FE = \frac{1}{6}OC = 1 \text{ cm}$$

$$\triangle BEF \text{ で三平方の定理より}, FB = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2\sqrt{7} \text{ cm}$$

② (1点)

体積比・線分比の詳細な話は，こちらのプリント

<https://hokkaimath.jp/blog-entry-44.html> を参照してください。

まず，正四角すい OABCD の体積を求める。点 O から正方形 ABCD に垂線を下ろし交点を H とすると，点 H は AC, BD の交点となる。対角線の長さは $6\sqrt{2} \text{ cm}$ なので， $AH = 3\sqrt{2} \text{ cm}$

$$\text{よって}, \triangle OHA \text{ において三平方の定理より}, OH = \sqrt{36 - 18} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\text{よって}, \text{正四角すい OABCD} = \frac{1}{3} \times 6^2 \times 3\sqrt{2} = 36\sqrt{2} \text{ cm}^3$$

三角すい D-OBC は，正四角すい OABCD に比べて底面積が半分になっているから，三角すい D-OBC $= 36\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 18\sqrt{2} \text{ cm}^3$

三角すい D-BEF は，三角すい D-OBC に比べて，底面積が $\frac{1}{6}$ 倍になる

$$\text{ので}, \text{求める体積は}, 18\sqrt{2} \times \frac{1}{6} = 3\sqrt{2} \text{ cm}^3$$

【コメント】

よくある問題ですが、愛知の時間制約厳しい中で冷静に解くのは難しいでしょう。そうですね、暗算で9秒で解けるようにしておいてください..... コンビ名の由来は9ではなくQですが.....。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>