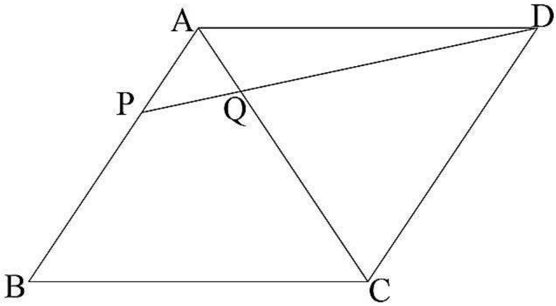
辺の比・面積比・相似		
範囲：中 3 相似	難易度：★★★★☆	得点　　　　　/10

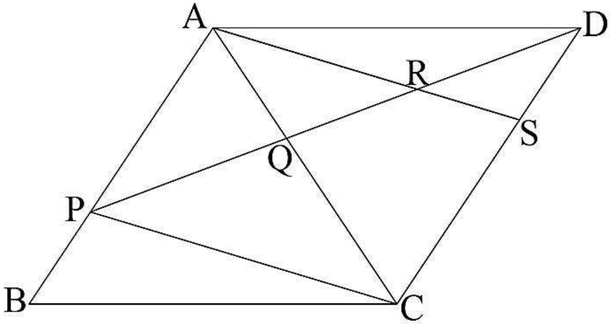
出典：2016 年度　東京都

四角形 ABCD は平行四辺形である。点 P は，辺 AB 上にある点で，頂点 A，B のいずれにも一致しない。頂点 A と C を結んだ線分と，頂点 D と点 P を結んだ線分との交点を Q とする。



問 1　∠ABC＝60°，∠DCA＝75°，∠ADP＝a°とするとき，△CQD の内角である∠CQD の大きさを，a と数字を用いて表しなさい。

問 2　頂点 C と点 P を結び, 頂点 A を通り, 線分 CP に平行な直線を引き, 線分 DP との交点を R，辺 CD との交点を S とする。



（1）△AQR∽△CQP を証明しなさい。

（2）AP : PB＝2 : 1 のとき，△AQR の面積は四角形 APCS の面積の何倍か求めなさい。

【解答例】

問 1（3 点）

$(\boldsymbol{a}+\mathbf{45})^\circ$

問 2

（1）（3 点）

△AQR と△CQP において,
仮定より，AR//PC だから，平行線の錯角は等しいので,
∠QAR＝∠QCP・・・①
∠ARQ＝∠CPQ・・・②
①，②より 2 組の角がそれぞれ等しいから，△AQR∽△CQP。

（2）（4 点）

△AQR＝S とする。

△AQR∽△CQP で,（△APQ∽△CDQ より，AP：CD＝2：3 より）

$\mathrm{AQ:CQ}=2:3$ なので，$\triangle\mathrm{CQP}=\dfrac{9}{4}S$

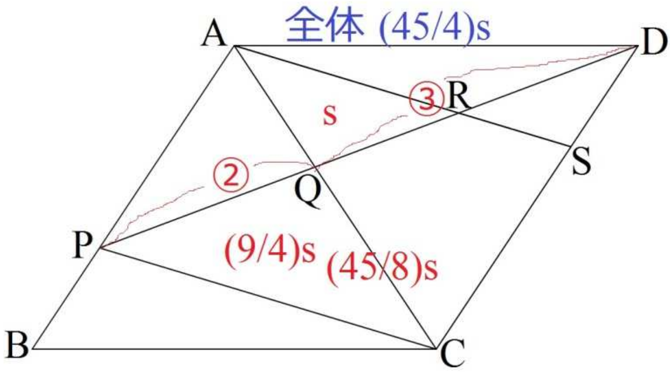
$\mathrm{PQ:DQ}=2:3$ なので，$\triangle\mathrm{CPD}=\dfrac{5}{2}\triangle\mathrm{CQP}=\dfrac{45}{8}S$

△CPD は，平行四辺形 ABCD の半分の面積（等積変形で理解）なので,

平行四辺形 $\mathrm{ABCD}=\dfrac{45}{4}S$　平行四辺形 APCD は，平行四辺形 ABCD に比べて，底辺の長さが $\mathrm{AP:AB}=2:3$ より，$\dfrac{2}{3}$倍なので,

平行四辺形 $\mathrm{APCD}=\dfrac{45}{4}\times\dfrac{2}{3}\times S=\dfrac{15}{2}S$

よって，△AQR は，平行四辺形 APCD の$\dfrac{\mathbf{2}}{\mathbf{15}}$倍



【コメント】

こういう，面積比の問題は，どこの私立もどこの都府県も好きです。北海道はあんまりださないけど……。札幌第一，札幌光星で高得点狙いなら得点すべし。

1 つの三角形から，色々な三角形の面積を，その図形の面積で表していくと，答えが見つかったりします。難しいけど，楽しくない？あっそうでもないか……。

【作成】

高校入試　数学　良問・難問　https://hokkaimath.jp/