

無理やり等積変形

範囲：中3関数

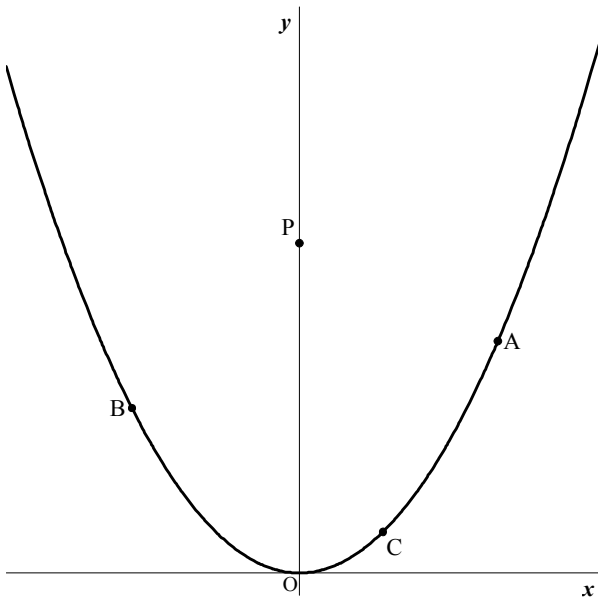
難易度：★★★☆☆

得点 _____ /10

$y = \frac{1}{4}x^2 \dots$ ①のグラフがあります。点A, B, Cを①

①上の点とします。Aのx座標は t ($t > 0$), Bのx座標は -4 で、BとCのy座標の差は3であり、点Pはy軸上の点とします。また、直線BCと直線APは平行で、傾きは負です。 $\triangle ABC$ の面積を18とします。次の問いに答えなさい。

①



- 問1 直線BCの式を求めなさい。
- 問2 t の値を求めなさい。途中計算も書くこと。
- 問3 点Pから、直線BCに垂線を下ろし、交点をHとします。点Hの座標を求めなさい。

無理やり等積変形 解答例

範囲：中3関数

難易度：★★★★☆☆

問1 (3点)

B(-4, 4) であるから、点Cのy座標は、1である。

$$\text{よって、} 1 = \frac{1}{4}x^2 \quad x > 0 \text{ より、} x = 2 \quad C(2, 1)$$

$$\text{傾きは、} \frac{1}{4}(-4 + 2) = -\frac{1}{2} \quad (2, 1) \text{ を通るから、}$$

$$\text{BC: } y = -\frac{1}{2}x + 2$$

問2 (4点)

AP//BC だから、底辺 BC が共通なので、 $\triangle PBC = \triangle ABC$ 。P の y 座標を、 p とすると、

$$\triangle PBC = \frac{1}{2} \times (p - 2) \times (4 + 2) = 3(p - 2)$$

これを解いて、 $p = 8$ 【P の y 座標 2 点】

よって、直線 AP の式は、

$$y = -\frac{1}{2}x + 8 \quad \text{であるから、}$$

$$y = \frac{1}{4}x^2 \text{ と連立した方程式を解いて}$$

$$-\frac{1}{2}x + 8 = \frac{1}{4}x^2 \quad x^2 + 2x - 32 = 0$$

$$(x + 1)^2 = 33 \quad t > 0 \text{ より、} x + 1 = \sqrt{33} \quad t = \sqrt{33} - 1$$

【方程式 1 点 答え 1 点】

※ $\triangle ABC$ で考えるのは難しい。

問3 (3点)

直線 BC の傾きが、 $-\frac{1}{2}$ なので、直線 PH の傾きは、

2(直角は、傾き同士を掛けたら -1!) となる。

よって、直線 PH の式は、 $y = 2x + 8$

$$y = -\frac{1}{2}x + 3 \text{ と連立して、} 4x + 16 = -x + 6$$

$$x = -2 \quad y = 4 \quad \mathbf{H(-2, 4)}$$

【コメント】

露骨に怪しい点 P, AP//CB の条件を使う問題。どこかの高校入試に影響されて作成した問題だった気がします。