

時間のかかる小問集合

範囲：小問集合

難易度：★×6

得点

/24

出典：2023 年度 西京高校エンタープライジング科

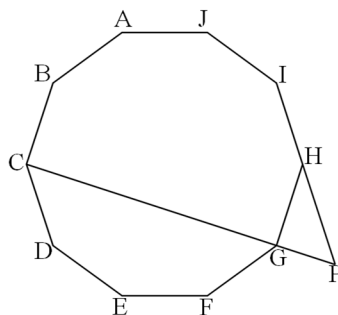
(1) $-2023 \times 100 + 2022 \times 102 + 2021 \times 101 - 2020 \times 103$ を計算せよ。

(2) $x = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{2}$, $y = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2}$ のとき, $x^3y - 2x^2y^2 + xy^3$

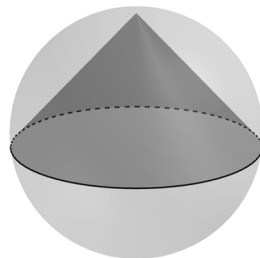
の値を求めよ。

(3) 2つの関数 $y = 3x^2$, $y = ax + b$ における x の変域がともに $-2 \leq x \leq 1$ であるとき, 2つの関数 y の変域が一致するような定数 a , b の値を求めよ。ただし, $a > 0$ とする。

(4) 正十角形 ABCDEFGHIJ において, 直線 CG と直線 HI の交点を P とする。∠CPI の大きさを求めよ。



(5) 図のように, 半径 6 の球の内部に母線の長さが 9 の円錐があり, その頂点と底面の周が球に接している。この円錐の高さを求めよ。



(6) 次の表は 20 人の生徒が 10 点満点のテストを受けた結果を表したもので, 第 3 四分位数が 9, 中央値が 7.5 であった。a, b, c の値を求めよ。

得点(点)	3	4	5	6	7	8	9	10
人数(人)	1	1	3	2	a	b	2	c

※塾・教育関係者が, 私の作成した PDF・画像をネット(Twitter など)上に無断転載することを固く禁じます。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>

【解答例】

(1) (4点) **Point** 共通因数に着目

$$\begin{aligned} & -2023 \times 100 + 2022 \times 102 + 2021 \times 101 - 2020 \times 103 \\ = & -(2020 + 3) \times 100 + (2020 + 2) \times (100 + 2) \\ & + (2020 + 1) \times (100 + 1) - 2020 \times (100 + 3) \\ = & \mathbf{2020 \times 100} \times (-1 + 1 + 1 - 1) + \mathbf{2020} \times (2 + 1 - 3) \\ & + \mathbf{100} \times (-3 + 2 + 1) + 2 \times 2 + 1 \times 1 = \mathbf{5} \end{aligned}$$

(2) (4点)

$$x = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{2}, \quad y = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2}$$

$$xy = -\frac{1}{2}, \quad x - y = -\sqrt{5} \text{ なので,}$$

$$\begin{aligned} x^3y - 2x^2y^2 + xy^3 &= xy(x^2 - 2xy + y^2) = xy(x - y)^2 \\ &= -\frac{1}{2} \times (-\sqrt{5})^2 = \mathbf{-\frac{5}{2}} \end{aligned}$$

(3) (4点)

$-2 \leq x \leq 1$ のとき,

$y = 3x^2$ の最大値は $x = -2$ のとき $y = 12$, 最小値は $x = 0$ のとき $y = 0$

$y = ax + b (a > 0)$ の

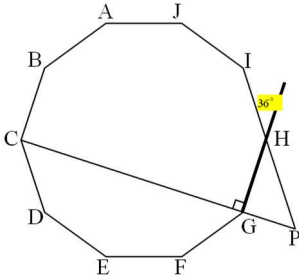
最大値は $x = 1$ のとき $y = a + b$, 最小値は $x = -2$ のとき $-2a + b$

y の変域が一致するので,

$$\begin{cases} a + b = 12 \\ -2a + b = 0 \end{cases} \quad \text{この連立方程式を解いて, } \mathbf{a = 4, b = 8}$$

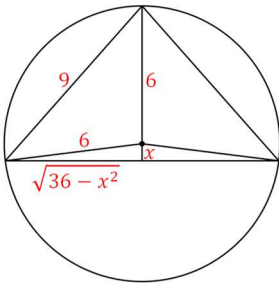
【類題】 2023 年度大阪府 C : <https://hokkaimath.jp/blog-entry-396.html>

(4) (4点)



正十角形の1つの外角の大きさは $360 \div 10 = 36$,
 CHを直径とする円を考えると、この円は正十角
 形に外接する。よって、弧CHに対する円周角だ
 から、 $\angle CGH = 90^\circ$
 $\angle CPI = 180 - 90 - 36 = 54^\circ$

(5) (4点)



球の中心と底面の円の中心間の距離を x とする。
 底面の円の半径は $\sqrt{36 - x^2}$
 $81 = (36 - x^2) + (6 + x)^2$
 これを解いて、 $x = \frac{3}{4}$, 円錐の高さは $6 + \frac{3}{4} = \frac{27}{4}$

(6) (4点)

< 文科省の定義で説明 >

得点(点)	3	4	5	6	7	8	9	10
人数(人)	1	1	3	2	a	b	2	c

中央値が 7.5 であることから、上位 10 番目は 8 点、上位 11 番目は 7 点とな
 る。よって $a=3$, $b \geq 1$

第3四分位数が 9 であることから、上位 5 番目と 6 番目は 9 点となる。よ
 って、 $c=4$ となるから、 $b=4$

【コメント】

しんどい問題ですね。しっかり数学を勉強しまくった受験生なら余裕で
 すが、数学苦手な子は時間だけかかって終了でしょう。

※塾・教育関係者が、私の作成した PDF・画像をネット(Twitter など)上に無断転載することを固く禁じます。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>