

学校裁量問題の問題と解説①

【出典：2009 年度 北海道 高校入試 過去問】

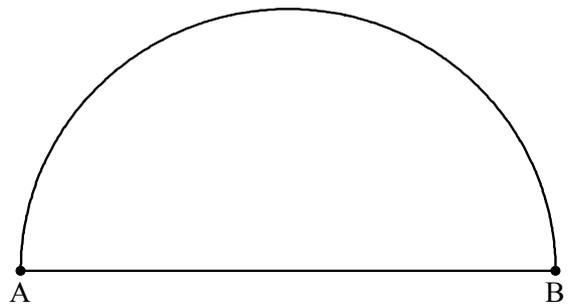
問1 下の表は、ある規則にしたがってつくった式と、その式の値を、1行目から a 行目まで並べたものです。この表の a 行目の式の値と $(a-1)$ 行目の式の値の差が 2009 となるとき、 a の値を求めなさい。

	式	式の値
1 行目	1	1
2 行目	2+2	4
3 行目	3+3+3	•
4 行目	4+4+4+4	•
5 行目	•	•
6 行目	•	•
•	•	•
•	•	•
•	•	•
a 行目	•	•

問2 1つのさいころを 2 回投げて 1 回目に出た目の数を a 、2 回目に出た目の数を b とします。このとき、 $\sqrt{\frac{432}{a \times b}}$ が整数になる確率を求めなさい。

問3 点 A の座標を $(1, -2)$ 、点 B の座標を (a, b) とします。 a, b はともに正の整数とします。点 O は原点とします。 $\triangle OAB$ の面積が 5 となる a, b の値の組を 4 つ求めなさい。

問4 右の図のように、長さ 4 cm の線分 AB を直径とする半円があります。点 P をこの半円の周上の点とします。面積が 2 cm^2 で、 $AP < BP$ である $\triangle PAB$ を、定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さないこと。



問1 (4点)

n 行目で、 n を n 回足していることはすぐわかる。よって、 a 行目の式は、 $a+a+a+a\dots = a \times a = a^2$
 $a-1$ 行目は、 $(a-1)^2$ 差が 2009 だから、
 $a^2 - (a-1)^2 = 2009$ これを計算して、 **$a=1005$**

【コメント】

よくある規則性の問題ですが、非常に易しめです。入試の緊張感の中でも解けなくてはなりません。裁量ってほどでもない。

問2 (4点)

$$\sqrt{\frac{432}{a \times b}} = 12 \sqrt{\frac{3}{a \times b}}$$

$a \times b = 3 \times$ 平方数 となれば整数となる。

$a \times b$ の 6×6 表をおとなしく書く。

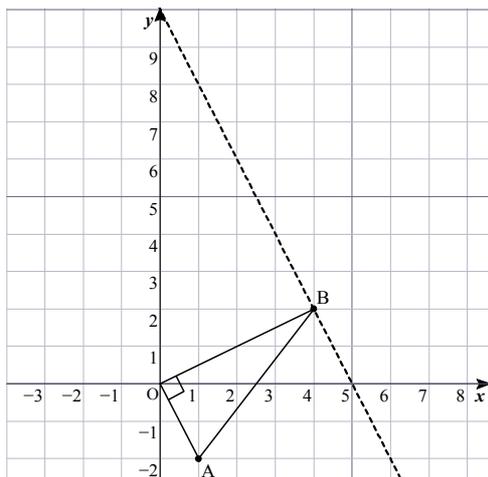
	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

答えは、 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

【コメント】

気づけば割と簡単ですが、たぶん数え間違い、素因数分解間違いが起こると思われます。おとなしく表を書きましょう、書かないと余計間違えます。冷静に。

問3 (1点×4)



【出題者が想定した解答】

線分 OA の長さは、 $\sqrt{1+4} = \sqrt{5}$ だから、B から OA に垂線を下ろし、その垂線の長さが、 $2\sqrt{5}$ となれば良い。

OA ⊥ OB となるには、OA の傾き -2 だから、直線 OB の傾き (※) は、 $\frac{1}{2}$ となる。B($t, \frac{1}{2}t$) と置き、

$$\sqrt{t^2 + \frac{1}{4}t^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}t = 2\sqrt{5} \text{ を解くと、} t=4 \text{ 1 点は、}$$

B (**4, 2**) となる。この B を通る傾き -2 の直線を引くと、(等積変形) 他の点は、**(3, 4) (2, 6) (1, 8)**

※2 直線が垂直に交わる時、**傾きをかけると -1** となる。左下のようにグラフ用紙無しでは難しい。

【増○会とか○成会が教えてそうな解答】

3 点 (0, 0), (a, b), (c, d) が作る三角形の面積は、

$$\frac{1}{2}|ad - bc|$$

|| は絶対値にしるって記号。 $|-2|=2$ $|573|=573$

サラスの公式とか、クロスチョップとかそんな名前が付いています。 $|-2a - b|$ は、 $a > 0, b > 0$ だから、 $2a + b$ が 10 となればよい。

$$(a, b) = \text{ (1, 8) (2, 6) (3, 4) (4, 3) }$$

【コメント】

1 個ぐらい思いつくかな。捨て問。

問4 (3点)

P から線分 AB に垂線を下ろし、その垂線の長さが、

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 2 \text{ より } 1 \text{ cm になればよい。}$$

AB の垂直 2 等分線と半円の弧との交点を Q とすると、Q と線分 AB との距離は 2 cm だから (半径)、その半径をさらに垂直 2 等分線を引いて、 $AP < BP$ となる方に点 P を打てばよい。

【コメント】

ひらめき力が試される。

2008 年度まで物凄く簡単だった入試から、急に裁量問題という難しい問題が出題されました。導入初年度なので、難しすぎて騒がれました。今となっては問 3 以外そこまで難しくありません (十分な対策がされたため)。