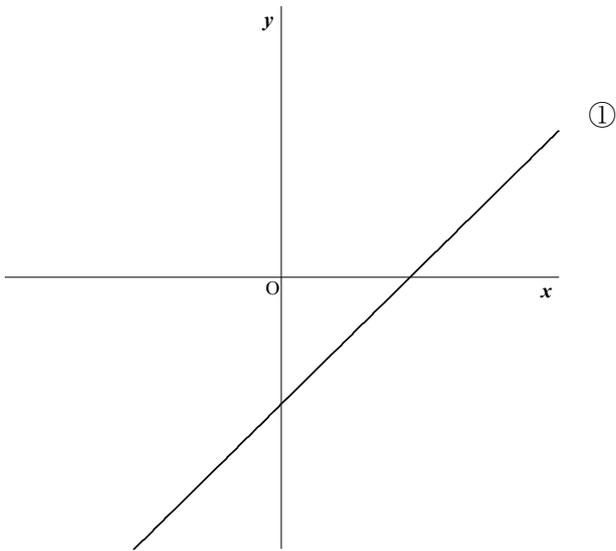


学校裁量問題の問題と解説③

【出典：2011年度 北海道 高校入試 過去問】

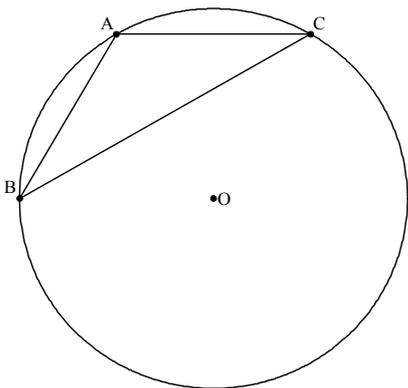
問1 下の図のように、関数 $y=x-6$ ……①のグラフがあります。点 O は原点とします。この図に、関数 $y=-2x+3$ ……②のグラフをかき入れ、さらに関数 $y=ax+8$ ……③のグラフを書き入れるとき、 a の値によっては①、②、③のグラフによって囲まれる三角形ができるときと、できないときがあります。

①、②、③のグラフによって囲まれる三角形ができないときの a の値をすべて求めなさい。



問2 下の図のように、半径 6 cm の円 O の円周上に3点 A, B, C があります。 $AB=AC$ 、 $\angle ABC=30^\circ$ とします。点 D は点 B を出発して、点 A をふくまない弧 BC 上を、点 C まで移動します。

2点 C, D 間の距離が最大となるとき、四角形 $ABCD$ の面積は $27\sqrt{3}\text{ cm}^2$ であることを説明しなさい。ただし、四角形 $ABDC$ の面積を求める式も書きなさい。



問3 下の図のように、1, 3, 5, 7, 9の数字を1つずつ書いた5枚のカードがあります。この5枚のカードの中から、3枚のカードを1枚ずつ、もとにもどさず取り出します。1枚目に取り出したカードの数字を a 、2枚目に取り出したカードの数字を b 、3枚目に取り出したカードの数字を c とするとき、 $7a+3b+c$ が3の倍数となる取り出し方は、全部で何通りありますか、求めなさい。

1 3 5 7 9

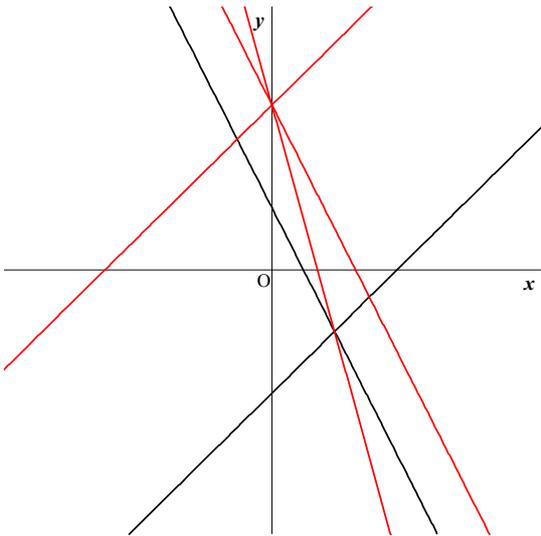
【解答例】

配点 15 点/60 点

問 1 (5 点) 正答率 4.2%

a の値は 3 つある。まず、①か②と平行な場合、三角形は出来ない。これはすぐ思いつく。 $a=1, -2$
次に、③が①と②との交点を通る場合。これも三角形出来ない。 $a = -\frac{11}{3}$

$a = 1, -2, -\frac{11}{3}$



【コメント】

1, -2 は受験生割と思いついたらしい。各 1 点。
 $-\frac{11}{3}$ は思いつけなかった人多いらしい。これ 3 点。

問 2 (5 点) 正答率 7.4%

2 点 C, D 間が最大になるときは, CD が直径となる
とき。円周角の定理より, $\angle BAC=120^\circ$ だから, \angle
 $BDC=60^\circ$, CD 直径だから, $\angle DBC=90^\circ$ なので, 三
平方の定理より, $BD = 6 \text{ cm}$ $BC = 6\sqrt{3} \text{ cm}$

$$\triangle CBD = \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

A から線分 BC に垂線を下ろし交点を E とする。
 $BE = 3\sqrt{3} \text{ cm}$, $\angle AEB=90^\circ$, $\angle ABE=30^\circ$ だから, 三
平方の定理より, $AE = 3 \text{ cm}$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 3 = 9\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

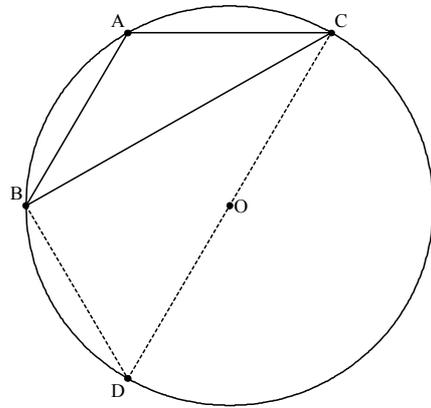
よって, 四角形 ABDC の面積は,
 $18\sqrt{3} + 9\sqrt{3} = 27\sqrt{3} \text{ cm}^2$ となる。

【部分点】

点 D の位置…1 点

※ $\triangle CBD$ と $\triangle ABC$ に分けると書いてある…2 点

面積を求める式…2 点



【コメント】

これは採点面倒くさそうですね。でも, 良い問題で
す。結構正答率高めですね。

※つまり, 「この三角形とこの三角形に分けて考えま
す!」と書くだけで 2 点貰える!

問 3 (5 点) 正答率 2.3%

$7a+3b+c$ の $3b$ は, b に何がこようが 3 の倍数なので,
 $7a+c$ だけ考える。

$a=1$ のとき, $7+c$. $c=5$

$a=3$ のとき, $21+c$. $c=9$

$a=5$ のとき, $35+c$. $c=1, c=7$

$a=7$ のとき, $49+c$. $c=5$

$a=9$ のとき, $63+c$. $c=3$

上の 6 通りそれぞれに, b の値は 3 通りあるから,

$6 \times 3 = 18$ 通り

※3 の倍数の見分け方は, 各々の位の和が 3 の倍数と
なれば良い。7+6+5=18, 765 は 3 の倍数。5+7
+3=13, 573 は 3 の倍数ではない

【コメント】

たぶん, $a=5$ のときの $c=1$ か $c=7$ を数え間違える
と思います。難しい。

問題難易度自体はそこまで難しくないので, 引
たすら時間がかかります。処理能力が求められます。