学校裁量問題の問題と解説⑥

【出典：2014 年度　北海道　高校入試　過去問】

問 1　次のように，x と y についての 2 つの二元一次方程式

$\boxed{\text{ア}}x+\boxed{\text{イ}}y=10$…①

$\boxed{\text{ア}}x+\boxed{\text{イ}}y=2$…②

があります。

この 2 つの方程式の $\boxed{\text{ア}}$ には，1，3，5 のいずれか 1 つの数を当てはめ，$\boxed{\text{イ}}$ には 2，4，6 のいずれか 1 つの数を当てはめます。次の (1) (2) に答えなさい。

(1) ①，②の方程式を組みにして，連立方程式をつくります。この連立方程式をみたす x, y の値がともに整数となるのは，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ にそれぞれどのような数を当てはめたときですか，その数の組を 4 つ求めなさい。

(2) ①，②の方程式のグラフをかき，①，②のグラフと y 軸によって囲まれる三角形をつくります。この三角形の面積が最小となる値を，次のように求めるとき，$\boxed{\text{ウ}}$～$\boxed{\text{オ}}$ に当てはまる数を，それぞれ書きなさい。

＜解答＞

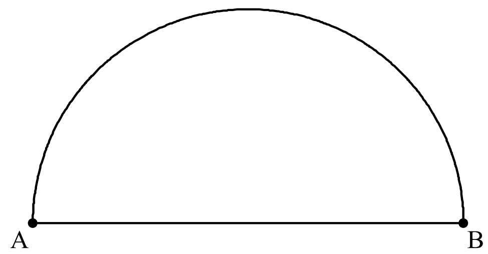
①のグラフと y 軸との交点を A，②のグラフと y 軸との交点を B とし，①，②のグラフと y 軸によって囲まれてできる三角形の底辺を辺 AB とすると，辺 AB の長さが最小となるときの値は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

また，三角形の高さは，①のグラフと②のグラフの交点の x 座標であるから，三角形の高さが最小となるのは，x 座標が $\boxed{\text{エ}}$ のときである。

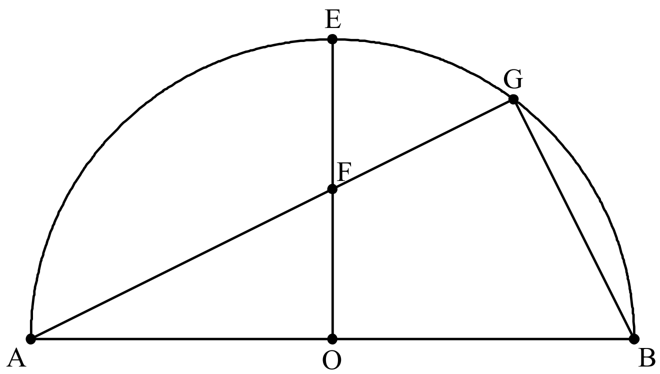
よって，①，②のグラフと y 軸によって囲まれてできる三角形の面積が最小となる値は $\boxed{\text{オ}}$ である。

問 2　次の (1) (2) に答えなさい。

(1) 下の図のように，線分 AB を直径とする半円があります。点 C，D を弧 AB 上の点とし，点 A に近いほうから，点 C，D とします。AB//CD，AB : CD＝2 : 1 である線分 CD を，定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし，点を表す記号 C，D をかき入れ，作図に用いた線は消さないこと。



(2) 下の図のように，線分 AB を直径とする半円があり，線分 AB の中点を点 O とします。点 O を通り線分 AB に垂直な直線と弧 AB との交点を E とし，線分 OE の中点を F とします。点 A，F を通る直線と弧 AB との交点のうち，点 A と異なる点を G とします。△AOF の面積が 10 cm^2 のとき，△AGB の面積を求めなさい。



【解答例】 配点 18 点/60 点

問 1

（1）（1 点×4）正答率 55.6%

①＋②より，2$\boxed{\text{ア}}x$＝12　$\boxed{\text{ア}}x$＝6

よって，$\boxed{\text{ア}}$には 6 の約数である，1 か 3 しか入らない。

①－②より，2$\boxed{\text{イ}}y$＝8　$\boxed{\text{イ}}y$＝4

よって，$\boxed{\text{イ}}$には 4 の約数である，2 か 4 しか入らない。となると，（ア，イ）の組み合わせは

(1, 2)（1, 4）（3, 2）（3, 4） しかない。

【コメント】

たぶん本番こんな鮮やかな解き方はできません。がむしゃらに代入して解いたら，「5 と 6 は無いな。」と言うことに 3 分ぐらいで気づくと思われます。

（2）（ウエ各 2 点，オ 1 点）正答率 3.0%

①と y 軸との交点は，x＝0 を代入して

$\boxed{\text{イ}}y$＝10

$y=\dfrac{10}{\text{イ}}$

②と y 軸との交点も，x＝0 を代入して，

$y=-\dfrac{2}{\text{イ}}$

イは 2，4，6 なので，AB の長さは

$\dfrac{10}{\text{イ}}+\dfrac{2}{\text{イ}}=\dfrac{12}{\text{イ}}$　イ＝6 を代入して最小値　**ウ）2**

①と②との交点の x 座標は，（1）より

$x=\dfrac{6}{\text{ア}}$　最小となるのはア＝5 を代入し，**エ）$\dfrac{6}{5}$**

よって，三角形の面積が最小値は

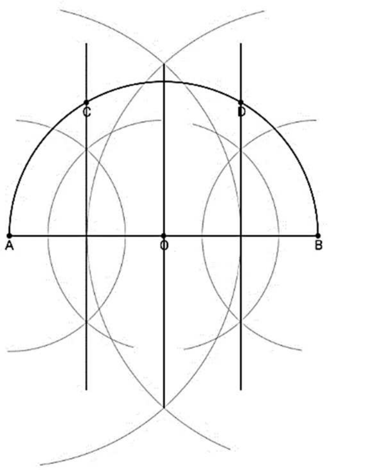
$\dfrac{1}{2}\times 2\times\dfrac{6}{5}=$ **オ）$\dfrac{6}{5}$**

【コメント】

ア，イが a，b で置かれていたら正答率上がった気がします。所詮文字で置いてコネコネ中 2 でも解けます。冷静になることが出来たらって話ですが。無理ですね。

問 2

（1）（4 点）正答率 47.9%



まず線分 AB の垂直 2 等分線を引く。次に線分 OA, 線分 OB の垂直 2 等分線を引く。

道教委の模範解答は，OA＝AC，OB＝BD となるように作図している。(正三角形がたくさんできて，中点連結定理)

↑は，線分 CD を定規で結ぶ必要があります。引くの忘れていました。

（2）（5 点）正答率 5.7%

半径を r とする。$\mathrm{OA}=r, \mathrm{OF}=\dfrac{r}{2}$ だから，

$\triangle\mathrm{AOF}=\dfrac{1}{2}\times r\times\dfrac{r}{2}=\dfrac{r^2}{4}=10\quad r=2\sqrt{10}$

三平方の定理より，$\mathrm{AF}=5\sqrt{2}, \mathrm{AB}=4\sqrt{10}$

$\triangle\mathrm{AOF}\backsim\triangle\mathrm{AGB}$ だから，面積比は，

$\mathrm{AF}^2:\mathrm{AB}^2=50:160=5:16$ なので，

$\triangle\mathrm{AGB}=10\times\dfrac{16}{5}=$ **$32\ \mathrm{cm}^2$**

【コメント】

ちょうどよい難易度な気がします。部分点は，半径と FA で 2 点，BA で 1 点，5：16 で 1 点もらえます。

極端に易しい問題は出題されませんでした。この年は標準問題が非常に易しかったので（易しいと気づけば）裁量に割く時間がたっぷりありました。このぐらいの難易度だと嬉しいですね。

問 1 のように，ひたすら読解力が試される問題は，北海道では珍しいです。