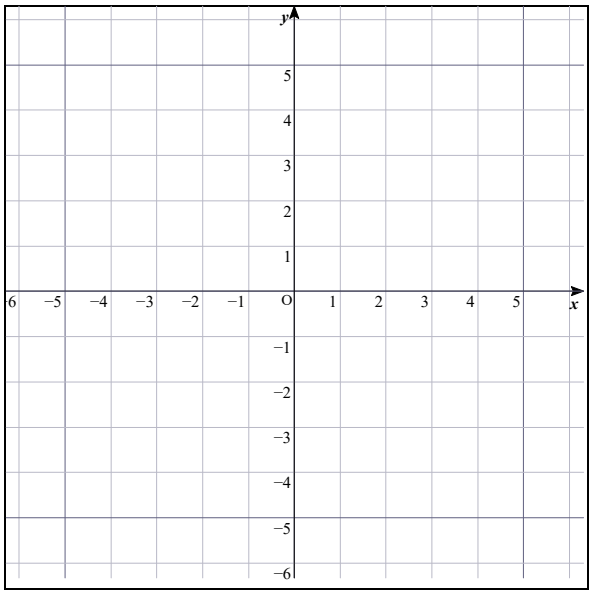
学校裁量問題の問題と解説⑦

【出典：2015 年度　北海道　高校入試　過去問】

問 1　大小 2 つのさいころを同時に投げ，下の図にルール I またはルール II にしたがって点 P をとります。点 O は原点とします。次の問いに答えなさい。



（ルール I）

点 P の x 座標は，大きいさいころの出た目の数とし，点 P の y 座標は，小さいさいころの出た目の数とします。

例えば，大きいさいころの出た目の数が 1，小さいさいころの出た目の数が 2 のとき，点 P は（1，2）となります。

（ルール II）

点 P の x 座標は，大きいさいころの出た目の数が偶数ならばその数とし，奇数ならばその数の符号を負とした数とします。また，点 P の y 座標は，小さいさいころの出た目の数が偶数ならばその数とし，奇数ならばその数の符号を負とした数とします。

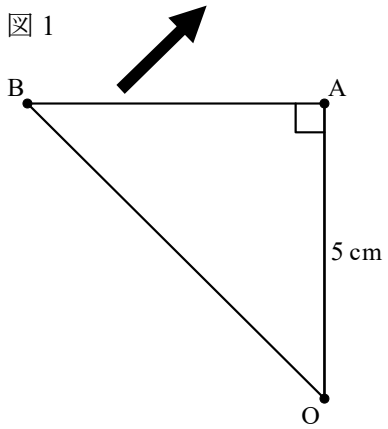
例えば，大きいさいころの出た目の数が 1，小さいさいころの出た目の数が 2 のとき，点 P は（−1，2）となります。

(1)　ルール I にしたがうとき，点 P が関数 $y=\dfrac{6}{x}$ のグラフ上の点になる確率を求めなさい。

(2) ルール II にしたがうとき，点 P と点 $\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$ との距離が 5 以下になる確率を求めなさい。

問 2　図 1 のように，OA＝5 cm の直角二等辺三角形 OAB があります。次の (1) ～ (3) に答えなさい。ただし，円周率は π を用いなさい。

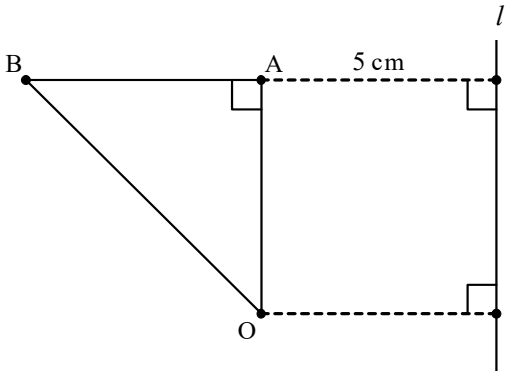
図 1



(1) 図 1 の△OAB を，点 O を中心として矢印の方向に 20°回転させるとき，点 B が動いてできる弧の長さを求めなさい。

(2) 図 1 の△OAB を，点 O を中心として矢印の方向に 90°回転させるとき，辺 AB が動いてできる図形の面積を求めなさい。

(3) 図 2 のように，図 1 の△OAB と平行で，距離が 5 cm の直線 l があります。△OAB を，辺 OA を軸として 1 回転させてできる立体を P，直線 l を軸として 1 回転させてできる立体を Q とします。立体 P の体積を求めなさい。また，立体 P の体積は，立体 Q の体積の何倍ですか，求めなさい。



【解答例】 配点 18 点/60 点

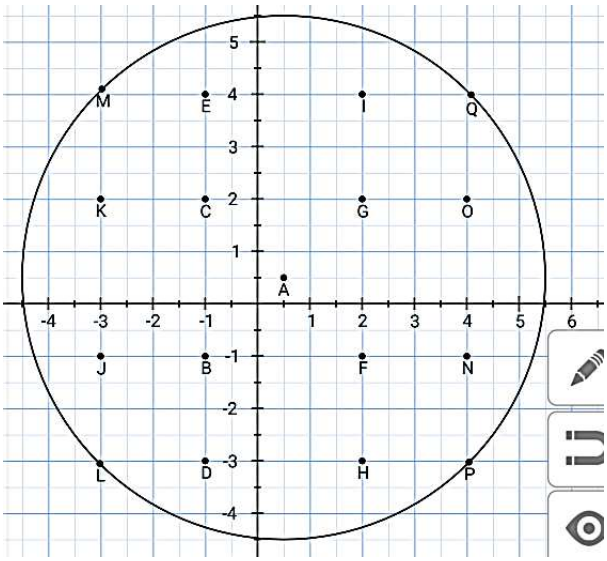
問 1（1）（3 点）正答率 68.3%

$xy=6$ となる（x, y）の組は，（1, 6）（2, 3）（3, 2）（6, 1）の 4 通り。

$\mathbf{\frac{1}{9}}$

問 1（2）（4 点）正答率 12.3%

コンパスを持っているので，以下のような図を描けば良い。



16 通りあるから，

$\frac{16}{36}=\mathbf{\frac{4}{9}}$

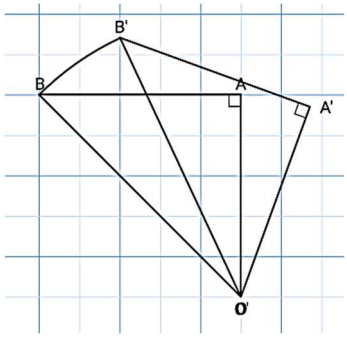
【コメント】

（2）は，高校入試史上最も良い問題ですね。

問 2（1）（3 点）正答率 21.7%

半径 OB，中心角 20°の扇形の弧の長さを求めればいいだけ。

$$10\sqrt{2}\times\frac{20}{360}\times10\sqrt{2}\times\frac{1}{18}\times\pi=\mathbf{\frac{5\sqrt{2}\pi}{9}\ cm}$$

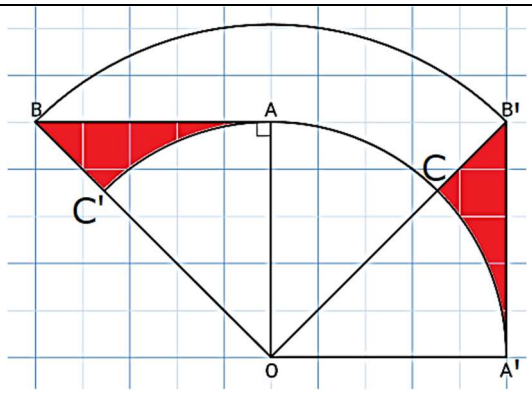


問 2（2）（4 点）正答率 12.5%

動かしてできる三角形を△OA'B'とする。

弧 A'A を延長して，OB'との交点を C，OB との交点を C'とする。すると，扇形 OC'A と扇形 OCA の面積が等しくなる。よって，求める面積は，

$$\left(5\sqrt{2}\right)^2\times\pi\times\frac{1}{4}-5^2\times\pi\times\frac{1}{4}=\frac{\pi}{4}(50-25)=\mathbf{\frac{25}{4}\pi\ cm^2}$$



問 2（3）（4 点）正答率 13.1%

$$\text{P}: 5\times5\times\pi\times5\times\frac{1}{3}=\mathbf{\frac{125}{3}\pi\ cm^3}$$

BO を延長し，l との交点を E とする。

すると，

$$\text{Q}: 10\times10\times\pi\times10\times\frac{1}{3}-5\times5\times\pi\times5-\frac{125}{3}\pi$$

$$=\pi\left(\frac{1000}{3}-125-\frac{125}{3}\right)$$

$$=\frac{500}{3}\pi \qquad \frac{\text{P}}{\text{Q}}=\frac{125}{500}=\mathbf{\frac{1}{4}}\text{倍}$$

【コメント】

（2）は，2010 年度高校入試で正答率 0.0%だった問題と全く同じ考え方をする問題です。過去問演習がいかに大事かわかりますね。道教委の模範解答は，長々とわけわからんこと書いていますが，上記のような解答でよいと思われます。（ちゃんと等しい理由を書く。）

正答率 1 ケタ台の問題がないという，大変珍しい年になっております。最上位高校では差がつかないですね。