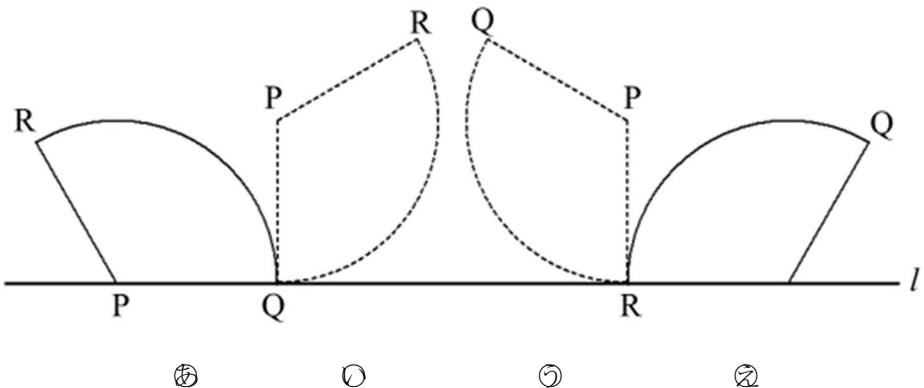


問1 次の(1), (2)に答えなさい。

- (1) 図1の㊸のように、直線 l 上に、半径 2 cm 、中心角 120° のおうぎ形 PQR があります。おうぎ形 PQR に、次の①～③の操作を順に行うことによって、点 P がえがく線の長さを求めなさい。ただし、円周率は π を用いなさい。

- ① ㊸から㊹まで、点 Q を中心として時計周りに 90° 回転させる。
 ② ㊹から㊺まで、弧 QR と直線 l が接するように、すべることなく動かす。
 ③ ㊺から㊻まで、点 R を中心として時計回りに 90° 回転させる。

図1



(2) 図2のように、正三角形ABCの頂点A, B, Cをそれぞれ中心とし、1辺の長さを半径とする円の弧BC, 弧CA, 弧ABで囲まれた図形をFとします。

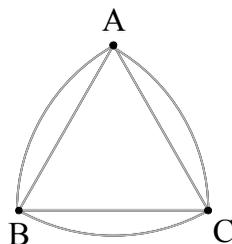


図3の㊦のように、直線*l*上に図形Fがあり、線分BCと直線*l*は垂直とします。図形Fに、次の①～⑥の操作を順に行うことによって、図形Fが㊦から㊩まで動いてできる図形に色をつけて表した図として、最も適当なものを、ア～オから1つ選びなさい。

- | | |
|---|--|
| ① | 点Bを中心として時計回りに 60° 回転移動させる。 |
| ② | 線分CAと直線 <i>l</i> 上が垂直になるまで、弧BCと直線 <i>l</i> が接するように、すべることなく転がす。 |
| ③ | 点Cを中心として時計回りに 60° 回転移動させる。 |
| ④ | 線分ABと直線 <i>l</i> 上が垂直になるまで、弧CAと直線 <i>l</i> が接するように、すべることなく転がす。 |
| ⑤ | 点Aを中心として時計回りに 60° 回転移動させる。 |
| ⑥ | 線分BCと直線 <i>l</i> 上が垂直になるまで、弧ABと直線 <i>l</i> が接するように、すべることなく転がす。 |

図3



ア



イ



ウ



エ



オ



問2 図1のように、1辺が a cmの立方体
 $ABCD-EFGH$ があります。

次の(1)～(3)に答えなさい。

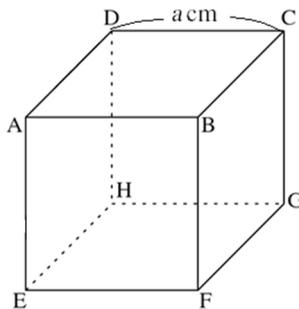
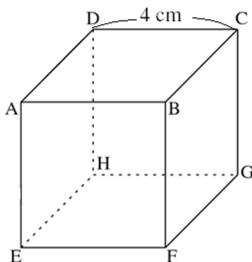


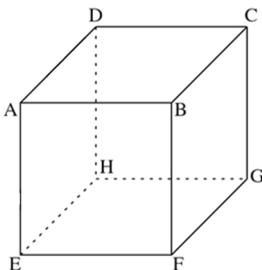
図1

- (1) 図2は、図1の立方体で、 $a=4$ としたものです。立方体を3点A, C, Gを通る平面で切ります。頂点Fをふくむ立体の体積を求めなさい。

図2

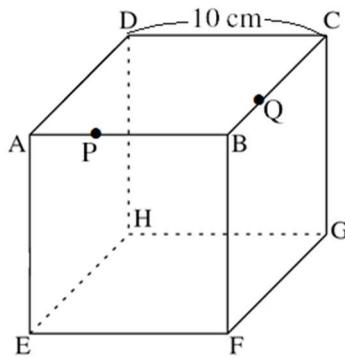


- (2) 図1の立方体を3点B, E, Gを通る平面で切ります。頂点Fをふくむ立体の体積は、図1の立方体の体積の何倍ですか、求めなさい。



- (3) 図3は、図1の立方体で、 $a=10$ としたものです。点P、Qはそれぞれ頂点A、Bを同時に出発し、四角形ABCDの边上を、Pは毎秒1cmの速さでBを通過してCまで、Qは毎秒2cmの速さでC、D、AをとってBまで移動します。2直線PQ、EGが同じ平面状にある直線となるのは、点P、Qがそれぞれ頂点A、Bを同時に出発してから、何秒後と何秒後ですか、求めなさい。

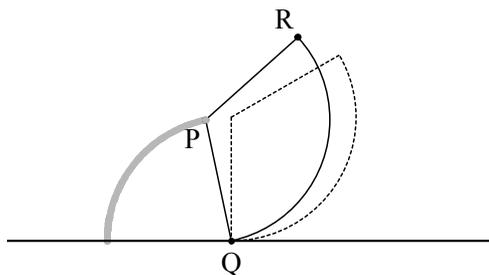
図3



【解答・解説】

問 1 (1) (5点)

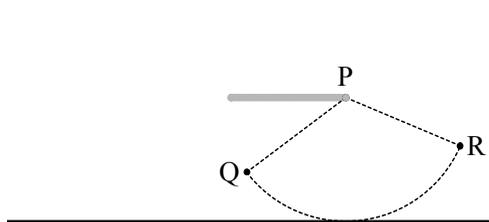
1



半径を QP とした, 中心角 90° の扇形の弧を描くので,

$$4\pi \times \frac{90}{360} = \pi$$

2



弧 QR が直線 l に接しながら動く
 ということは, 直線 l と点 P までの距離は常に 2 cm (直線 l と点 P の軌跡は平行) ということである。
 点 P が動いた直線距離は, 弧 QR の長さと同じなので,

$$4\pi \times \frac{120}{360} = \frac{4}{3}\pi$$

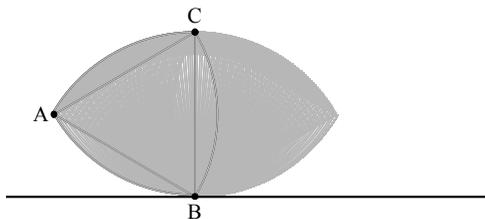
3 1と同じ π

よって求める答えは, $\pi + \frac{4}{3}\pi + \pi = \frac{10}{3}\pi$ cm

問 1 (2) (4 点)

「ルーローの三角形」という名称がついている。

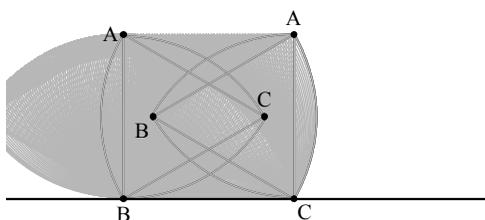
1



1では左のように動く。

この図形の端から直線 l までの距離は、 BC の長さを超えないことが分かる。

2



(1) でも行ったように

この移動中、点 A と直線 l の距離は常に正三角形の一辺の長さと等しくなる (点 A の軌跡と直線 l は平行)。

以後、この1, 2と同じ動作を、3, 4, 5, 6と続ける。

よって最も適当なのはウ

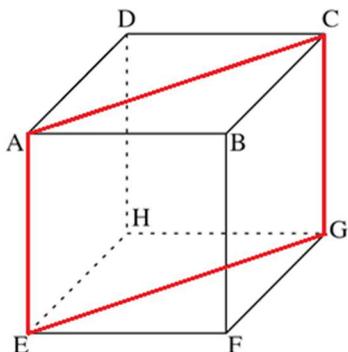
【コメント 1】

ルーローの三角形を知らなくても良いように、(1) → (2) の誘導で上手く解かせようとしている意図があると思われます (点 A が直線になる)。

勘で当たっている受験生多そう……。

北海道には、問題文が長めです。新入試の傾向でしょうかね、来年以降こういう問題増えるでしょう。

問 2 (1) (3 点)



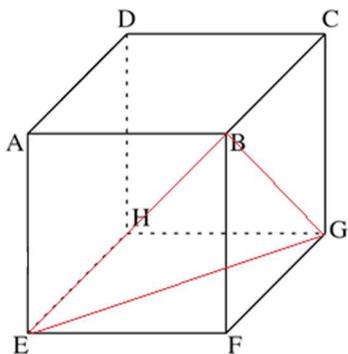
立方体切断方法は、

- ①, AC, CG を結ぶ (同一平面)
- ②, 点 A から CG に平行な直線を引く。
- ③, EG を結ぶ

すると、体積は、立方体の半分。

$$\frac{1}{2} \times 4^3 = 32 \text{ cm}^3$$

問 2 (2) (4 点)



3 点 B, E, G を結べばよいだけ。

すると、F が含まれる立体は三角錐となり、

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} a^2 \times a = \frac{1}{6} a^3$$

となるので、この立体は立方体の体積の

$\frac{1}{6}$ 倍

問 2 (3) (5 点)

点 P, Q が頂点 A, B を出発してからの時間を x 秒とする。

2 直線 PQ, EG が同じ平面上にあるのは, $PQ//EG$ のときである。

P が AB 上, Q が BC 上にある場合, $PB=BQ$ より,

$$10 - x = 2x \quad x = \frac{10}{3} \dots \textcircled{1}$$

また, Q が AB 上, P が BC 上にある場合, $QB=BP$ より,

$$40 - 2x = x - 10 \quad x = \frac{50}{3} \dots \textcircled{2}$$

(答え) $\frac{10}{3}$ 秒後, $\frac{50}{3}$ 秒後

部分点 ①, ② 各 2 点

【コメント 2】

2016 年度以来の, 立方体切断問題です。切断についてより詳しい解説は, 2016 年度の解説を参照してください。

<https://hokkaimath.jp/blog-entry-88.html>

【予想正答率と実際の正答率 (6 月中旬発表)】

問 1 (1) 30%→26.3% まあまあ当たり

問 1 (2) 50%→15.2% これは外しました。というか, 1/5 切るんだ……。

問 2 (1) 80%→51.2% 思ったより立方体切断が苦手。

問 2 (2) 90%→32.1% 文字式にされると苦手なのか?

問 2 (3) 5%→5.1% まあ, でしょうね。

【コメント3】

今年度は、某感染症の影響で、相似以降カットという、珍しい入試でした。そのため、この（建前上）難問が出題される学校裁量問題で、難問が作成しやすい三平方や相似がなくなり、中学入試みたいな問題となりました。

この問題、全て小学校～中1範囲です。簡単という訳ではありませんが、何と云うか、塾通っている中学生がかなり有利ですよね。軌跡、立方体切断、どれも一般的な公立中学校ではほとんど扱ってられません。問題自体は面白いですが、入試としてはあまり好きではないですね。まだ難易度が控えめなのが幸いです。

来年度からは、裁量問題も廃止され、一律の入試問題となります。また、60点満点から100点満点となります。

なんとなく、

大問1：計算などの簡単な問題 25点ぐらい

大問2：最近流行りのやたら問題文長い問題 18点ぐらい

（この大問の配点上がると思われ）

大問3：関数（これは譲らないと思う） 18点ぐらい

大問4：証明と平面図形 15点ぐらい

（計算問題の難易度がアップすると思われる）

大問5：今の裁量問題で出題されている難しめの問題 24点ぐらい

現行の裁量問題と標準問題を足して2で割り、大問2の比率が上がるような、そんな入試問題になる気がします。あくまでも推測。