

すばやくてゴワイ連立方程式文章題難問

範囲：連立方程式

難易度：★★★★★

得点

/18

出典：2021年度 青山学院高等部

2軒の店 A, B が同じ商品を x 個ずつ仕入れ, 異なる定価で売った。店 A では定価 300 円で, 店 B では定価 y 円で売り出したところ, A では仕入れ個数の $\frac{1}{5}$ が, B では $\frac{1}{4}$ が売れた。

この時点では店 B の売り上げが店 A より 1350 円多かった。…①

そこで2店とも定価の2割引きで売ったところ, 店 A では仕入れ個数の $\frac{1}{3}$ が, 店 B では $\frac{1}{2}$ が売れた。

さらに, 2店とも定価の5割引きで売ったところ, 店 A, 店 B ともに売り切れ, 最終的な売り上げは店 A のほうが 135 円多かった。次の間に答えよ。ただし, 消費税は考えないものとする。

- (1) ①を x と y の式で表せ。
- (2) 店 A の最終的な売り上げを x の式で表せ。
- (3) 店 B の最終的な売り上げを x と y の式で表せ。
- (4) x と y の値を求めよ。

【解答例】

	A 店	B 店
定価	<p>300 円が $\frac{1}{5}x$ 個売れたので、</p> $300 \times \frac{1}{5}x = 60x \text{円}$	<p>y 円が $\frac{1}{4}x$ 個売れたので、</p> $y \times \frac{1}{4}x = \frac{1}{4}xy \text{円}$
2 割引	<p>300 円の 2 割引は 240 円。</p> <p>240 円が $\frac{1}{3}x$ 個売れたので、</p> $240 \times \frac{1}{3}x = 80x \text{円}$	<p>y 円の 2 割引は、$y \times \frac{8}{10} = \frac{4}{5}y$ 円</p> <p>$\frac{4}{5}y$ 円が $\frac{1}{2}x$ 個売れたので、</p> $\frac{4}{5}y \times \frac{1}{2}x = \frac{2}{5}xy \text{円}$
5 割引	$x - \frac{1}{5}x - \frac{1}{3}x = \frac{7}{15}x$ $150 \times \frac{7}{15}x = 70x \text{円}$	$x - \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}x = \frac{1}{4}x$ $\frac{1}{2}y \times \frac{1}{4}x = \frac{1}{8}xy \text{円}$

(1) (4点)

$$\frac{1}{4}xy - 60x = 1350$$

(2) (4点)

$$60x + 80x + 70x = 210x$$

(3) (4点)

$$\frac{1}{4}xy + \frac{2}{5}xy + \frac{1}{8}xy = \frac{31}{40}xy$$

(4) (3点×2)

$$\frac{1}{4}xy - 60x = 1350 \cdots \textcircled{1}, \quad 210x - \frac{31}{40}xy = 135 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \times \frac{31}{10} \text{より}, \quad \frac{31}{40}xy - 186x = 4185 \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} + \textcircled{3} \text{より}, \quad 24x = 4320 \quad \mathbf{x = 180}$$

$$\textcircled{1} \text{に代入し}, \quad 45y - 60 \times 180 = 1350 \quad \text{両辺を } 45 \text{ で割って},$$
$$y - 240 = 30 \quad \mathbf{y = 270}$$

【コメント】

問題文長くて嫌になりますが、誘導もついていますし、1個1個解いていけば方程式作るのは簡単です。ただ、それを解くのが面倒くさいです。

(4) 私は①に31/10かけて、xyの係数を同じにしてみました。少し楽？ですが、それでも135×31とかで「もう嫌だ……」となりました。何でもコンピューターに頼っている弊害ですね。頭悪くなってます、気をつけましょう。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>

※メールフォームでまーごめされたのでまーごめ

【まーごめ1】

$$\frac{1}{4}xy - 60x = 1350 \dots \textcircled{1}, \quad 210x - \frac{31}{40}xy = 135 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \times \frac{31}{10} \text{より}, \quad \frac{31}{40}xy - 186x = 135 \times 31 \dots \textcircled{3}$$

※135×31は大変まーごめなので一旦放置

②+③より,

$$24x = 135 \times (31 + 1) \quad \text{両辺 8 で割って}, \quad 3x = 135 \times 4$$

$$\text{両辺 3 で割って}, \quad x = 45 \times 4 = \mathbf{180}$$

①に代入して,

$$\frac{180}{4}y - 60 \times 180 = 1350 \quad \text{両辺 45 で割って}, \quad y - 60 \times 4 = 30 \quad \mathbf{y = 270}$$

【まーごめ2】

$$\frac{1}{4}xy - 60x = 1350 \dots \textcircled{1}, \quad 210x - \frac{31}{40}xy = 135 \dots \textcircled{2}$$

②の両辺を10倍すると,

$$2100x - \frac{31}{4}xy = 1350 \dots \textcircled{3}, \quad \text{よって}, \quad \frac{1}{4}xy - 60x = 2100x - \frac{31}{4}xy$$

※1350を消去するとまーごめ

xは仕入れ個数なので, $x \neq 0$ だから, 両辺をxで割って,

$$\frac{1}{4}y - 60 = 2100 - \frac{31}{4}y \quad 8y = 2160 \quad \mathbf{y = 270}$$

①に代入し,

$$\frac{270}{4}x - 60x = 1350 \quad 30x = 1350 \times 4 \quad x = 45 \times 4 = \mathbf{180}$$

計算を楽にできないか考えることは重要です, マジで。都内の進学塾ではこれくらい当たり前に対策されていますよね。私もまだまだです。