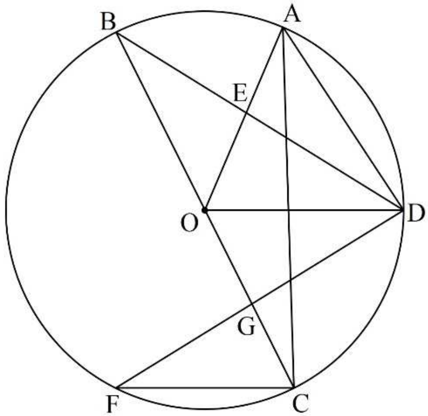
円周角の練習問題（難易度高め）

範囲：中 3 円周角	難易度：★★★★☆	得点　　　　　/5

出典：2021 年度　静岡県

図において，３点 A，B，C は円 O の円周上の点であり，BC は円 O の直径である。$\overset{\frown}{AC}$上に，∠OAC＝∠CAD となる点 D をとり，BD と OA との交点を E とする。点 C を通り OD に平行な直線と円 O との交点を F とし，DF と BC との交点を G とする。このとき，次の（1），（2）の問いに答えなさい。

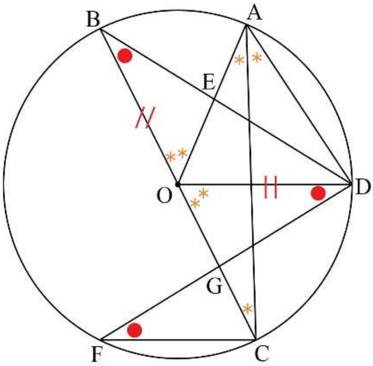


（1）△BOE≡△DOG であることを証明しなさい。

（2）∠BGF＝72°，円 O の半径が 6 cm のとき，小さい方の$\overset{\frown}{AD}$の長さを求めなさい。ただし，円周率はπとする。

【解答例】※ここにある解法が必ずしも最適とは限りません。

(1)(3 点)



△BOE と△DOG において,

仮定より,BO＝DO…①

$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$に対する円周角は等しいから,

∠OBE＝∠CFD

OD//FC より,平行線の錯角は等しいから,∠CFD＝∠ODG

よって,∠OBE＝∠ODG…②

また,仮定より,∠OAC＝∠CAD

OC＝OA より,二等辺三角形の底角は等しいから,∠OAC＝∠OCA

よって,∠CAD＝∠OCA

$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$,$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$に対する中心角は,円周角の 2 倍の大きさだからだから,

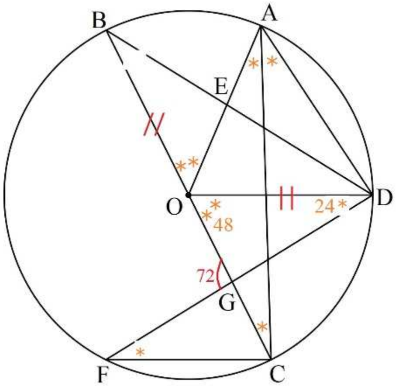
∠BOE＝2∠OCA　∠DOG＝2∠CAD

したがって,∠BOE＝∠DOG…③

①,②,③より,1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△BOE≡△DOG

（2）（2 点）



∠GOD＝2∠CFG

∠CFG＝∠ODG　より，

∠GOD＝2∠ODG

よって，

∠GOD＋∠ODG＝72°　より，

∠GOD＝48°

∠BOE も 48°　なので，

∠AOD＝180°　－96°　＝84°

$$\overset{\frown}{AD} = 12\pi \times \frac{84}{360} = \frac{84}{30}\pi = \boldsymbol{\frac{14}{5}\pi \ \mathrm{cm}}$$

【コメント】

（1），（2）とともに，公立高校らしい，お役所らしい難易度のあげ方です。良い意味で。丁度よい難易度です。

（2）は，∠CFG＝a など，角の大きさを文字で表す習慣あると楽かもしれません。

【作成】

高校入試　数学　良問・難問　https://hokkaimath.jp/