

君が見た光

範囲：平面図形

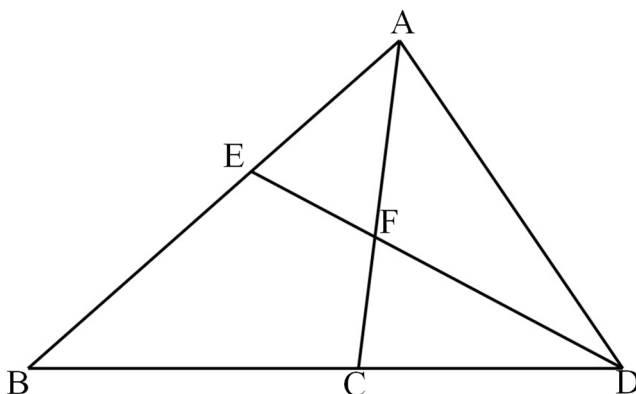
難易度：★×4

得点

/14

出典：2019年度 青雲高校(長崎県)

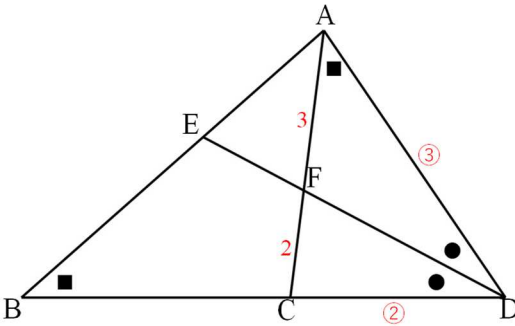
$AC=5$ である $\triangle ABC$ において、辺 BC の C 側に延長した直線上に $\angle CAD = \angle ABC$ となる点 D をとる。また、 $\angle ADB$ の二等分線と辺 AB 、辺 AC との交点をそれぞれ E 、 F とする。 $AF=3$ であるとき、次の問いに答えよ。



- (1) AB の長さを求めよ。
- (2) EB の長さを求めよ。
- (3) $\triangle AFD$ の面積を S 、四角形 $EBCF$ の面積を T とおくと、 $S:T$ を最も簡単な整数比で答えよ。

【解答例】

(1) (4点)

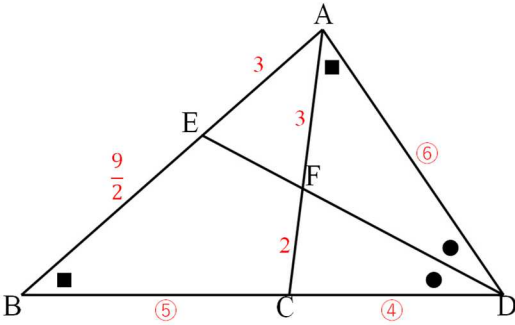


DF は角の二等分線,
 $AF : FC = 3 : 2$ なので,
 $DA : DC = 3 : 2$
 物凄く見づらいが,
 $\triangle ABD \sim \triangle CAD$ なので,
 $AB : CA = AB : 5 = 3 : 2$

$$AB = \frac{15}{2}$$

(2) (5点)

Point 使える相似条件は全部使う!



$\triangle ABD \sim \triangle CAD$ より,
 $BD : AD = 3 : 2 = 9 : 6$

$\triangle DEB \sim \triangle DFA$ より,
 $EB : FA = DB : DA$
 $EB : 3 = 3 : 2$

$$EB = \frac{9}{2}$$

(3) (5点)

Point 共通の図形との面積比を考える, 今回は $\triangle ABD$

$$\text{四角形 } EBCF = \triangle ABC - \triangle AEF, \quad \triangle AEF = \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} \triangle ABC,$$

$$\text{四角形 } EBCF = \left(1 - \frac{6}{25}\right) \triangle ABC = \frac{5}{9} \times \frac{19}{25} \triangle ABD = \frac{19}{45} \triangle ABD$$

$$\triangle AFD = \frac{4}{9} \times \frac{3}{5} \triangle ABD = \frac{12}{45} \triangle ABD \quad \text{よって, } \mathbf{S : T = 12 : 19}$$

【コメント】

(1), (2) とともに, 線分の長さを求めるために, どこかに相似な三角形ないかな? と探します。(1) 地味に見つけづらいですね。(2) は見つけやすいですが情報が足りないので $\triangle ABD \sim \triangle CAD$ から借りてきます。

(3) の計算が意味不明な方は, <https://hokkaimath.jp/blog-entry-44.html>でも読んでおいてください。ものすごくまどろっこしく解説してあります。それでも分からない方は, Yahoo!知恵袋でも使ってみてください。

難関高校入試の入り口として適切な問題ですね。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>