

光る小問集合

範囲：小問集合

難易度：★×7

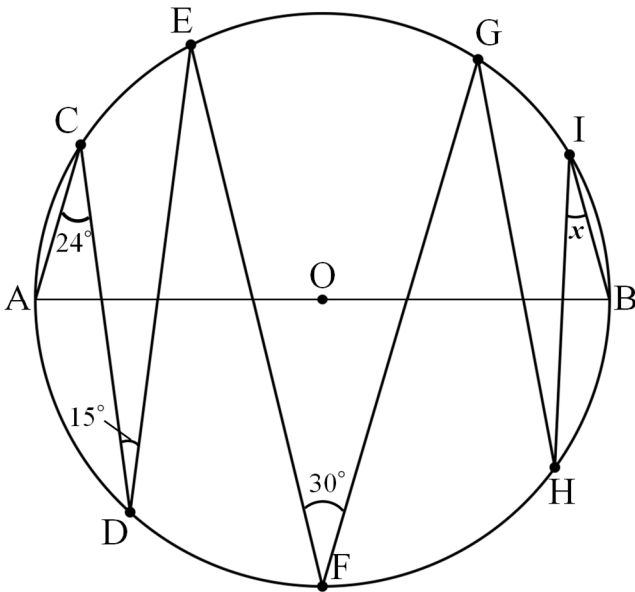
得点

/42

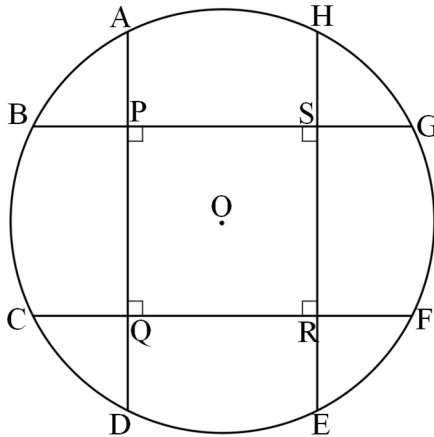
出典：2019年度 大阪星光学院高校

次の空欄の中に正しい答えを入れなさい。

- (1) $x = \sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $z = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ のとき,
 $x^2 - 2xy - zx + y^2 + yz = \square$ である。
- (2) $x + 3y + 6z = 30$ を満たす自然数の組 (x, y, z) は \square 組ある。
- (3) 下の図において、 O は円の中心で、 CD と GH は平行である。このとき、 $\angle x$ の大きさは \square 度である。



- (4) 下の図において $AP=BP=CQ=DQ=ER=FR=GS=HS=2$,
 $PQ=QR=RS=SP=4$ とする。このとき, OA の長さは であり,
 $\triangle OAB$ の面積は である。ただし, O は円の中心とする。



- (5) $\frac{7}{25} = 0.28$ のように, $\frac{7}{25}$ は小数第 2 位までの小数として表すことができる。既約分数 $\frac{7}{n}$ が小数第 1 位まで, もしくは第 2 位までの小数として表されるような 25 を除く 2 以上の自然数 n は, 個ある

【解答例】

(1) (7点)

$$x^2 - 2xy - zx + y^2 + yz = (x - y)^2 - z(x - y) = (x - y)(x - y - z)$$

$$x - y = 2\sqrt{3}, \quad x - y - z = \sqrt{3} - \sqrt{2} \text{ より, 答えは, } \mathbf{6 - 2\sqrt{6}}$$

(2) (7点)

Point 最も係数が大きい文字から考える

$$x + 3y + 6z = 30$$

x, y, z は自然数だから, $z = 1, 2, 3, 4$

$z = 1$ のとき, $x + 3y = 24, y = 1, 2, \dots, 6, 7$ の 7 通り

$z = 2$ のとき, $x + 3y = 18, y = 1, \dots, 5$ の 5 通り

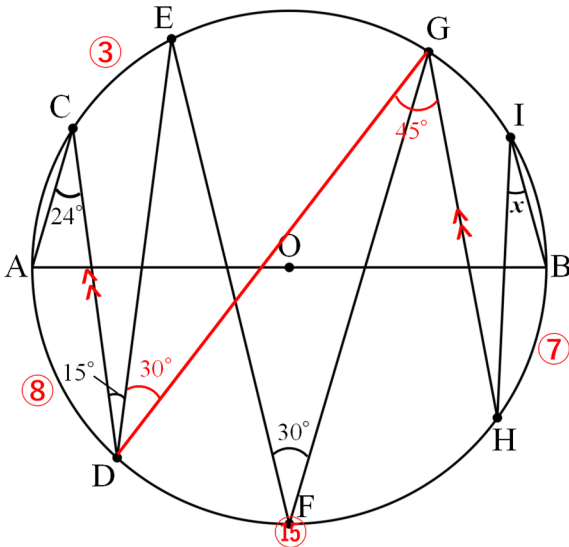
$z = 3$ のとき, $x + 3y = 12, y = 1, 2, 3$ の 3 通り

$z = 4$ のとき, $x + 3y = 6, y = 1$ の 1 通り

※ y が決まると x も自動的に決まる

$$7 + 5 + 3 + 1 = \mathbf{16 \text{ 組}}$$

(3) (7点)



DG を結ぶ。

$$\angle EDG = \angle EFG = 30^\circ$$

CD//GH より平行線の錯角は等しいから,

$$\angle DGH = \angle CDG = 45^\circ$$

円周角の大きさは弧の長さに比例するから,

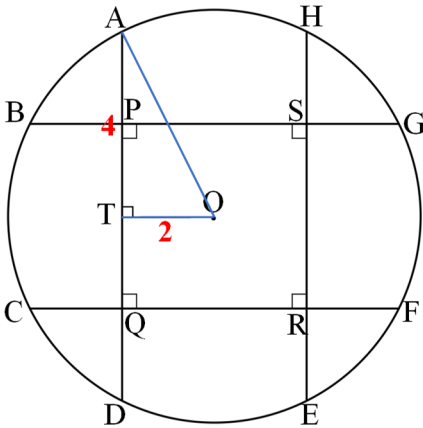
$$\widehat{AD} : \widehat{DH} = 8 : 15$$

\widehat{AB} に対する円周角は 90° だから, $\widehat{AB} = 30$ とすると,

$$\widehat{HB} = 30 - 23 = 7$$

$$\angle x = 3 \times 7 = \mathbf{21^\circ}$$

(4) (7点)



左図より、 $OA = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$

$\triangle OAB$ において、

$$OA = OB = 2\sqrt{5}, \quad AB = 2\sqrt{2}$$

だから、 AB を底辺としたときの高さ

$$\text{は、} \sqrt{20 - 2} = 3\sqrt{2}$$

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 6$$

(5) (7点)

注意：既約分数である！

2以上の自然数 n に代入して小数第2位までで割り切れるものとして考えられるものは、100の約数、7の倍数が考えられるが（少し実験すれば分かる）、7の倍数だと既約分数にならない。

よって100の約数は、2, 4, 5, 10, 20, ~~25~~, 50, 100の**7通り**。

※ $\frac{7}{100} = 0.07$ であることから、 n が100以上大きいと小数第3位まで巻き

込むのが分かる。7/700は既約分数じゃないからダメ。

【コメント】

トリッキーな難問ぞろいですね。普通に難しいし、解けたと思っても注意力散漫だと間違えます。

(1)は因数分解することはすぐ思いつくでしょうが、±の符号に注意。(2)はよくある問題です。(3)も嫌になりますが「 $CD // GH$ 」とありますから、錯角か同位角を探すのが当たり前です。(4)は簡単。(5)は本当に気を付けてください。

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>