

絶対値と加重平均		
範囲：計算問題	難易度：★×？	得点 /16

出典：2014 年度 灘高校

ある大学に入学試験において、合格者数を x 人、不合格者数を y 人とするとき、 $|x - y| : x = 6 : 7$ であった。ただし、 $|x - y|$ は $x - y$ の絶対値を表す。

- (1) $x : y$ として考えられる比をすべて求めよ。
- (2) 各受験者の得点はすべて整数の値であり、合格者数の平均点は合格最低点より 10.13 点高く、不合格者数の平均点は合格最低点より 25.07 点低かった。また、受験者全員の平均点は 48.25 点であった。合格最低点を求めよ。

【ヒント】

(1)

＜絶対値記号の具体例＞

$$|-2| = 2, \quad |456| = 456, \quad |-33.4| = 33.4$$

$$|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a \leq 0) \end{cases}$$

(2)

＜ヒント＞

合格最低点を M とする。

合格者数は x 人，不合格者数は y 人であり，

合格者 x 人の平均点は $M + 10.13$ なので合計点数は $x(M + 10.13)$

不合格者 y 人の平均点は $M - 25.07$ なので合計点数は $y(M - 25.07)$

受検者全員 $x+y$ 人の平均点は.....？

計算が面倒くさい， M は整数

【コメント】

誘導をつければ公立高校でも出題できそうです。中 1 の頃にサラッとやった絶対値，高校数学になると鬼になって帰ってきますが，その練習に良いですね。

小数の計算はかなりしんどいですが，大学入試でも化学でこれくらいのしんどい計算待っている（いや，もっとしんどい）ので，これくらいの計算はできるようにしておきましょう。大学生になった途端できなくなります。

【解答例】**(1) (6 点)**

I) $x - y \geq 0$ のとき,

$7(x - y) = 6x$, すなわち, $x = 7y$ となるから, **$x : y = 7 : 1$**

II) $x - y \leq 0$ のとき,

$7(y - x) = 6x$, すなわち, $13x = 7y$ となるから, **$x : y = 7 : 13$**

(2) (10 点)

合格最低点を M とする。

$$\frac{x(M + 10.13) + y(M - 25.07)}{x + y} = 48.25 \dots \dots \textcircled{1}$$

(1) より,

I) $x = 7y$ のとき, ①に代入し整理して,

$$\frac{7(M + 10.13) + M - 25.07}{8} = 48.25$$

$$M = 48.25 - \frac{7 \times 10.13 - 25.07}{8} = 48.25 - 5.73 = 42.52$$

より, M が整数とならないので不適。

II) $13x = 7y$ のとき, ①は

$$\frac{13x(M + 10.13) + 13y(M - 25.07)}{13x + 13y} = 48.25 \text{ なので,}$$

$$\frac{7(M + 10.13) + 13(M - 25.07)}{20} = 48.25$$

$$M = 48.25 - \frac{7 \times 10.13 - 13 \times 25.07}{20} = 48.25 + 12.75 = 61$$

合格最低点は **61 点**

【作成】 高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>