

相似でこぼれるお水

範囲：中3相似

難易度：★★★☆☆

得点

/8

出典：2014年度 愛知県

図 I のように、円柱の形をした容器 A と円錐の形をした鉄のおもり B があります。容器 A と鉄のおもり B は底面の半径が等しく、また、容器 A の容積と鉄のおもり B の体積も等しいです。

容器 A を底面が水平になるように置いて水で満たし、この中に鉄のおもり B を図 II のように静かに沈めました。容器 A の底面の半径が 9 cm、高さが 10 cm のとき、次の問いに答えなさい。

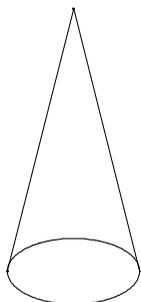
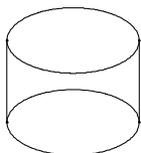


図 I

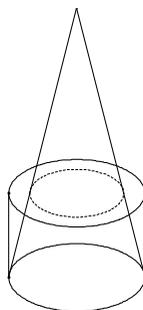


図 II

問 1 鉄のおもり B の高さを求めなさい。

問 2 あふれ出た水の体積を求めなさい。

【解答例】

問 1 (3 点)

B の高さを h cm とする。

$$A \text{ の体積 } 81\pi \times 10 = 810\pi \text{ cm}^3$$

$$B \text{ の体積 } 81\pi \times h \times \frac{1}{3} = 27\pi h \text{ cm}^3$$

$$810 = 27h \quad \text{これを解いて, } h = 30 \quad \mathbf{30 \text{ cm}}$$

問 2 (4 点)

B の, A と重なる部分は, 下から高さ 10 cm の部分である。下 10 cm の部分 C と, 上 20 cm の部分 D に分けると, 体積比は, $(3^3 - 2^3):2^3 = 19:8$ したがって, あふれる水の体積は,

$$810\pi \times \frac{19}{27} = \mathbf{570\pi \text{ cm}^3}$$

【コメント】

問題設定 (お水がこぼれる) に戸惑いがちですが, やっていることは, ただの相似の問題です。北海道では, 裁量問題で出題されると思われますが, これはサービス問題です。落ち着くことが出来ればの話ですが.....。まあ, 焦るよね。

【作成】

高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>