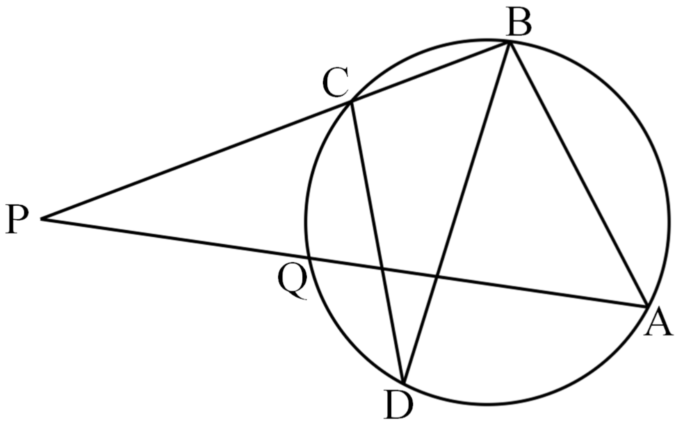
芸術的な高校入試第１００回		
難易度：★×6	美しさ：★×8	得点　　　　/7

出典：2023 年度　西大和学園高校（他会場）

図のように，円周上に 4 点 A，B，C，D があり，直線 BC 上に△BCD と△ABP が相似になるように点 P をとる。このとき，BC と AD が平行であることを証明せよ。必要であれば，円と直線 AP の交点のうち，点 A と異なる点を Q として断りなしに用いてよい。



【解答例 1】

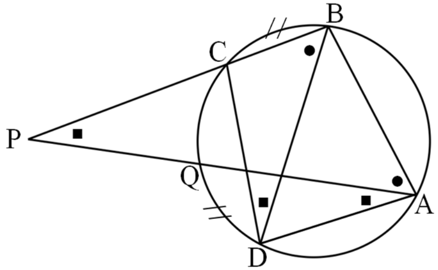
△BCD∽△ABP より，対応する角の大きさは等しいから，

∠CBD＝∠BAP……①，∠BDC＝∠APB……②

①より $\overset{\frown}{BQ}=\overset{\frown}{CD}$ なので（$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BQ}-\overset{\frown}{CQ}$，$\overset{\frown}{QD}=\overset{\frown}{CD}-\overset{\frown}{CQ}$）$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{QD}$

となるから，円周角の定理より，∠BDC＝∠DAQ……③

②，③より，∠APB＝∠DAQ であり，錯角が等しいので，BC//AD



【解答例 2】

△BCD∽△ABP より，対応する角の大きさは等しいから，

∠BDC＝∠APB……①

∠CBD＝∠BAP……②

∠ABP＝180°－∠APB－∠BAP……③

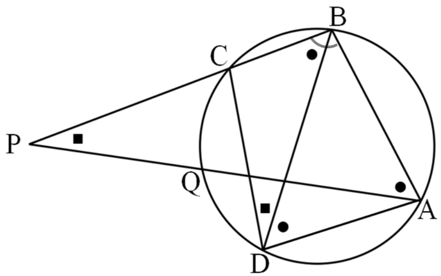
円に内接する四角形の対角の和は 180°なので，

∠ADC＝180°－∠ABP であるのと，①，③より，

∠ADB＝∠ADC－∠BDC＝180°－∠ABP－∠BDC

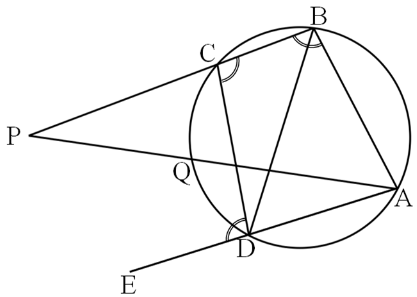
＝180°－（180°－∠APB－∠BAP）－∠BDC＝∠BAP……④

②，④より，∠ADB＝∠CBD となるから，錯角が等しいので，BC//AD



【解答例 0】

AD の延長上に E をとると，円に内接する四角形の対角の和は 180°なので，∠ABP＝∠CDE
仮定より，∠ABP＝∠BCD
よって，∠BCD＝∠CDE となるから，錯角が等しいので BC//AD



【コメント】

小問集合で出されている証明問題です。私立の証明問題，簡単そうなのに地味にしんどいですね。

中々弧 BC＝弧 QD を使うことは思いつかなさそうです。西大和ですから「円に内接する四角形の対角の和は 180°」で無理やりごり押しした子も多そう。