

## 芸術的な高校入試第 35 回

美しさ：★★★★★☆☆

難易度：★★★★★☆☆

得点

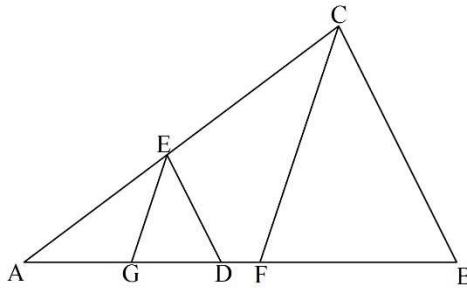
6 点/50 点

試験時間：50 分

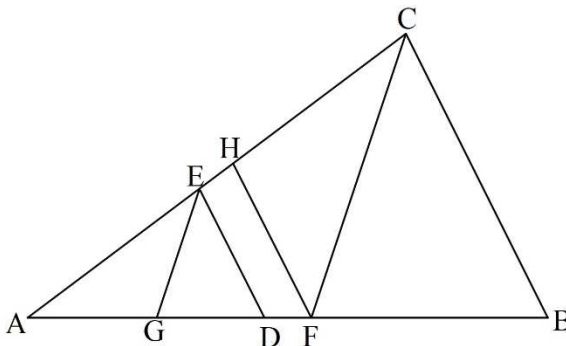
出典：平成 29 年度 山口県

図 1 のように、 $\triangle ABC$  の辺  $AB$  上に点  $D$  をとり、辺  $AC$  上に  $BC \parallel DE$  となる点  $E$  をとる。また、線分  $BD$  上に点  $F$  をとり、線分  $AD$  上に  $AC : AE = BF : DG$  となる点  $G$  をとる。次の (1)、(2) に答えなさい。

図 1



- (1)  $\triangle BCF \sim \triangle DEG$  であることを証明しなさい。
- (2) 図 2 は、図 1 の辺  $AC$  上に、 $DE \parallel FH$  となるように点  $H$  をとったものである。  $AG : GD = 3 : 2$  のとき、 $\triangle AFH$  の面積は  $\triangle FBC$  の面積の何倍か。求めなさい。





【解答例】

(1) (4点)

$\triangle BCF$  と  $\triangle DEG$  において、

$BC \parallel DE$  より、平行線の同位角は等しいから、 $\angle CBF = \angle EDG \cdots \textcircled{1}$

また、 $BC \parallel DE$  なので、 $AC : AE = BC : DE \cdots \textcircled{2}$

仮定より、 $AC : AE = BF : DG \cdots \textcircled{3}$

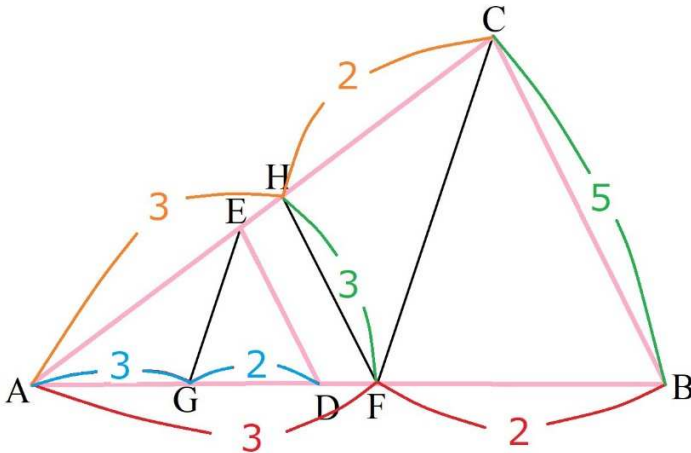
$\textcircled{2}$ 、 $\textcircled{3}$ より  $BC : DE = BF : DG \cdots \textcircled{4}$

$\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{4}$ より、2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから、

$\triangle BCF \sim \triangle DEG$

(2) (2点)

(解答例 1)



$\triangle ADE \sim \triangle ABC$  で、 $EG \parallel CF$  なので、 $AG : GD = 3 : 2$  なら、 $AF : FB = 3 : 2$

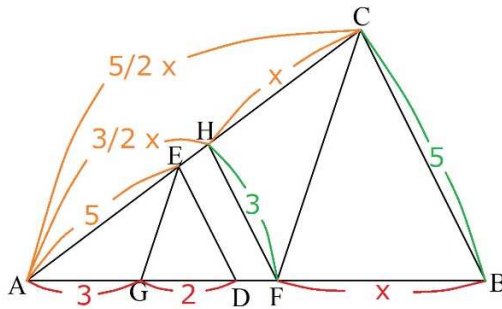
すると、 $AH : HC = 3 : 2$ 、 $HF : BC = 3 : 5$

$\triangle AFH$  の面積を  $S$  とすると、 $\triangle CFH = \frac{2}{3}S$ 、 $\triangle FBC = \frac{2}{3}S \times \frac{5}{3} = \frac{10}{9}S$

よって  $\triangle AFH : \triangle FBC = 9 : 10$  だから、

$\frac{9}{10}$  倍

(解答例 2)



BF : DG = 2 : x と置くと、AC : AE = BF : DG より、

AC : AE =  $\frac{5}{2}x : 5$  平行線と線分の比より、AE : HC = 5 : x となる。

すると、AH : HC =  $\frac{3}{2}x : x = 3 : 2$  となるので、HF : CB = 3 : 5

$\triangle AFH$  の面積を  $S$  とすると、 $\triangle CFH = \frac{2}{3}S$ 、 $\triangle FBC = \frac{2}{3}S \times \frac{5}{3} = \frac{10}{9}S$

よって  $\triangle AFH : \triangle FBC = 9 : 10$  だから、

$\frac{9}{10}$  倍

【コメント】

(解答例 1) のように、 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ 、 $\triangle EDG \sim \triangle CBF$  なら、 $AG : GD = 3 : 2$  が移動できることに気が付けば、素早く解ける問題です。だから配点も大人しめです。しかし気が付かなかつたら (解答例 2) のように、泥沼にはまります。飛ばすのも重要な戦略。

【制作】

高校入試 数学 良問・難問

<https://hokkaimath.jp/>