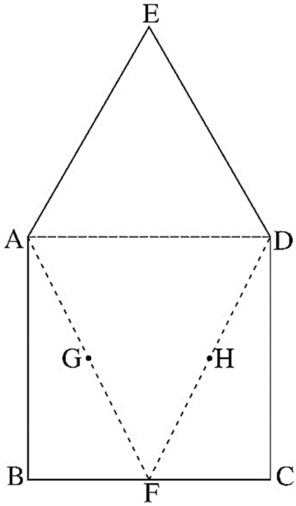
芸術的な高校入試第 41 回	
美しさ：★★★★★☆	難易度：★★★★★☆

出典：2020 年度　神奈川県

右の図の五角形 ABCDE はある三角すいの展開図であり，AB＝BC＝CD＝DE＝EA＝6 cm，∠B＝∠C＝90° である。また，点 F は線分 BC の中点であり，2 点 G，H はそれぞれ線分 AF，DF の中点である。この展開図を 3 点 B，C，E が重なるように組み立てたときの三角すいについて，次の問いに答えなさい。



（ア）この三角すいの表面積として正しいものを次の 1～6 の中から 1 つ選び，その番号を答えなさい。

1，$\left(18+3\sqrt{3}\right)$ cm^2　　2，$\left(18+6\sqrt{3}\right)$ cm^2　　3，$\left(18+9\sqrt{3}\right)$ cm^2

4，$\left(36+3\sqrt{3}\right)$ cm^2　　5，$\left(36+6\sqrt{3}\right)$ cm^2　　6，$\left(36+9\sqrt{3}\right)$ cm^2

（イ）この三角すいの体積として正しいものを次の 1～6 の中から 1 つ選び，その番号を答えなさい。

1，$\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ cm^2　　2，$3\sqrt{3}$ cm^2　　3，$\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$ cm^2

4，12 cm^2　　5，$9\sqrt{3}$ cm^2　　6，18 cm^2

（ウ）3 点 B，C，E が重なった点を I とする。この三角すいの表面上に，点 G から辺 AI，辺 DI と交わるように点 H まで，長さが最も短くなるように線を引いたときの線の長さを求めなさい。

【解答例】

（ア）（**4** 点）

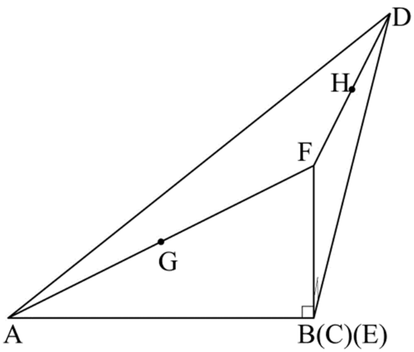
五角形 ABCDE の面積を求めればよいだけである。

五角形 ABCDE＝正三角形 EAD＋正方形 ABCD なので，求める面積は，

$\frac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{3}+36=9\sqrt{3}+36\ \mathrm{cm}^2$　よって，**6**

（イ）（**5** 点）

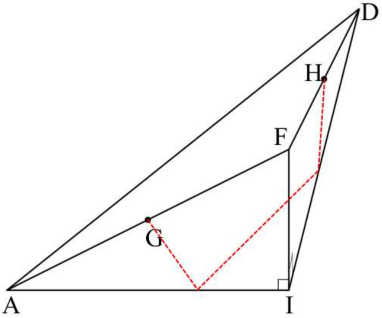
展開図を組み立てる際，∠B＝∠C＝90° を意識し，BF（CF）が高さになるようにする。

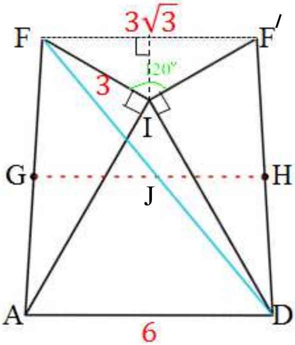


すると，底面が△AED，高さが BF の三角すいの体積を求めればよいので，

$\frac{1}{3}\times 9\sqrt{3}\times 3=9\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^3$　よって，　**5**

（ウ）（**5** 点）





左上の図のように，赤い線を引くので，△FAI，△IAD，△FDI を切り取った右上の図を描く。線分 GH が，最も短い長さとなる。

四角形は，∠FAD＝∠F'DA，FA＝F'D となるので，等脚台形となる。

△FIF'は，∠FIF'＝120°，FI＝F'I＝3 だから，FF'＝$3\sqrt{3}$となる。

G，H はそれぞれ中点だから，FD と GH の交点を J とすると，中点連結定理より，

$\mathrm{GJ}=\frac{1}{2}\mathrm{AD}=3$，$\mathrm{JH}=\frac{1}{2}\mathrm{FF'}=\frac{3}{2}\sqrt{3}$　よって答えは，$\mathbf{3+\frac{3\sqrt{2}}{2}}$ **cm**

【コメント】

組み立てた図を 1 個ぐらい書いてあげてもよかったのではと思いますが，とてもとても良い問題です。（ア）は実は基本的な平面図形の問題，（イ）も上手く組み立てられれば解ける問題です。

（ウ）は，問題文が難しいですね(笑)　でも，上手く図を描ければ（これがとても難しいが），そこまで計算も発想も面倒ではありません。日頃の学習態度が試されます。

【作成】

高校入試　数学　良問・難問　https://hokkaimath.jp/