

芸術的な高校入試第 50 回

美しさ：★★★★★★

難易度：★★★★★★☆

出典：2021 年度日比谷高校 大問 4

右の図 1 において、立体 $ABCD-EFGH$ は $AE = 10$ cm の直方体である。辺 FG を G の方向に延ばした直線上にある点 I 、辺 EH を H の方向に延ばした直線上にある点を J とし、点 I と点 J を結んだ線分 IJ は辺 GH に平行である。次の各問に答えよ。

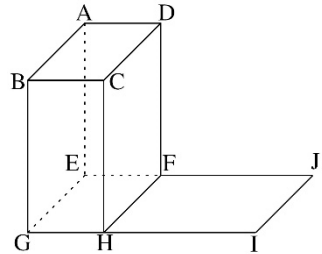


図 1

問 1 右の図 2 は、図 1 において、頂点 A と点 J を結んだ線分 AJ と辺 DH との交点を K 、辺 CG 上にある点を L とし、頂点 A と点 L 、点 J と点 L 、頂点 E と点 I をそれぞれ結んだ場合を表している。 $AB = 10$ cm、 $EI = 16$ cm、 $CL = DK$ のとき、 $\triangle AJL$ の面積は何 cm^2 か。

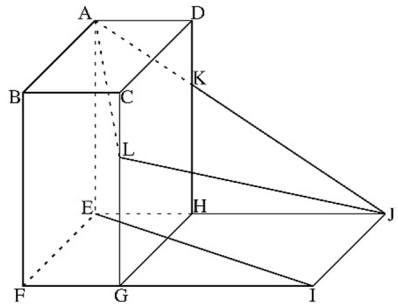


図 2

問 2 右の図 3 は、図 1 において、辺 FB を B の方向に延ばした直線上にある点を M とし、点 J と点 M を結んだ直線 JM が辺 CD と交わる場合を表している。 $AB = 10$ cm、 $EH = 5$ cm、 $GI = 15$ cm のとき、線分 FM の長さは何 cm か。ただし、答えだけでなく、答えを求める過程が分かるように、途中の式や計算なども書け。

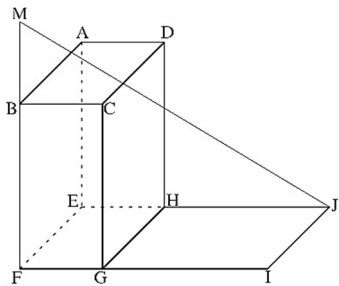


図 3

問3 右の図4は、図1において、
 辺IJ上にある点をPとし、頂点Aと頂点C、頂点Aと点P、
 頂点Cと点P、頂点Eと頂点G、頂点Eと点P、頂点Gと点P
 をそれぞれ結んだ場合を表している。 $\angle EGF = \angle GPI = 60^\circ$ 、
 $BC = IP = 5 \text{ cm}$ のとき、立体P-ACGEの体積は何 cm^3 か。

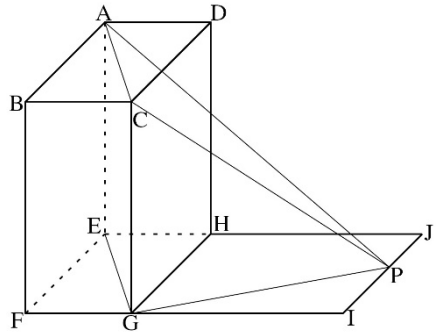


図4

問3 (8点)

$\triangle ABC$ で、 $\angle ACB=60^\circ$, $\angle ABC=90^\circ$ で、 $BC=5\text{ cm}$ だから、
 $AC=2BC=10\text{ cm}$ 。よって長方形 $ACGE$ の面積は、 $10 \times 10 = 100\text{ cm}^2$
 $\angle PGI=90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$, $\angle EGF=60^\circ$ より、 $\angle EGP=90^\circ$ となるから、
立体 $P-ACGE$ において、長方形 $ACGE$ を底面とすると、 PG が高さとなる。
 $\triangle GPI$ において、 $PI=5\text{ cm}$, $GP=2PI=10\text{ cm}$ であるから、求める体積は、

$$\frac{1}{3} \times 100 \times 10 = \frac{1000}{3} \text{ cm}^3$$

【コメント】

例の感染症で授業の遅れが出たことから、意図的に問題を易しくしていると思われる。それでも、問2の記述、特に $BF \parallel XY$ の理由をしっかりと書くのは難しいと思われます（似たような考え方をする問題は、今年の北海道公立高校入試裁量問題でも出題されていました）。

問1では、合同を見つけるというパズルみたいな問題、問2は相似を上手くコピーする、上手く論述する問題、問3は三平方の基本問題です。バランスよく出題されています。日比谷受験生なら、時間に余裕あれば満点取れるでしょうね。余裕あれば。

【作成】 高校入試数学良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>