芸術的な高校入試第 51 回	
美しさ：★★★★☆☆	難易度：★★★★★☆

出典：2021 年度　福岡県

図 1 は，正四角すいと直方体をあわせた形で，点 A，B，C，D，E，F，G，H，I を頂点とする立体を表している。BC＝6 cm，BF＝5 cm である。図 2 は，図 1 に示す立体において，辺 BF 上に点 P を，BP＝2 cm となるようにとり，点 P，H，E，C を頂点とする四面体 PHEC をつくったものである。

図 1

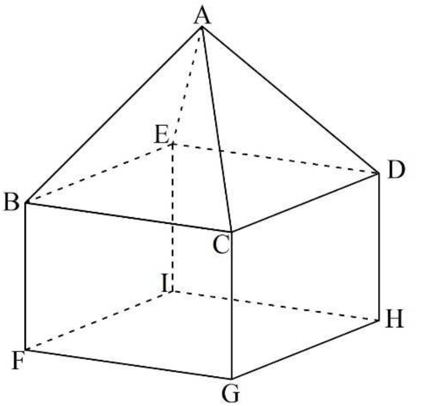
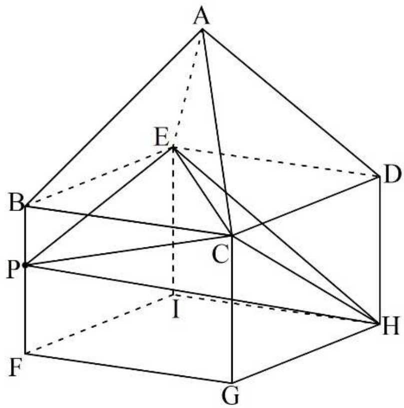


図 2



次の（1）～（3）に答えよ。

（1）図 1 に示す立体において，次の$\boxed{\quad\quad}$の中の①～③に全てにあてはまる辺を答えよ。

①　辺 AB とねじれの位置にある辺
②　面 BFIE と垂直である辺
③　面 FGHI と平行である辺

（2）図 1 に示す立体において，辺 AD，AE 上にそれぞれ点 J，K を，AJ：JD＝1：2，AK：KE＝1：2 となるようにとる。点 J から辺 FG に垂線をひき，辺 FG との交点を L とする。

四角形 KFGJ の面積が $16\sqrt{5}$ cm^2 のとき，線分 JL の長さを求めよ。

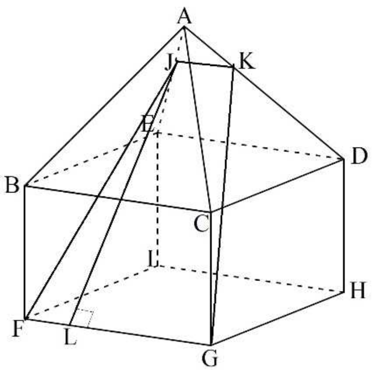
（3）図 2 に示す立体において，四面体 PHCE の体積を求めよ。

【解答例】※ここにある解答が必ずしも最適とは限りません。

（1）（2 点）

辺 ED

（2）（2 点）



△AKJ∽△ADE なので，KJ：DE＝1：3 であるから，KJ＝2 cm

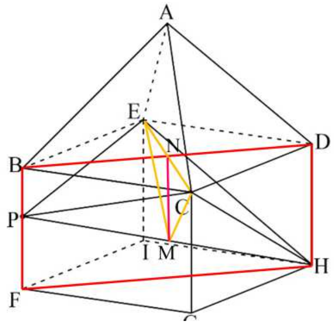
KJ//GF より, 四角形 KFGJ は台形だから, JL＝x cm とすると,

$16\sqrt{5} = \frac{1}{2} \times (6 + 2) \times x \quad x = 4\sqrt{5}$

JL = 4$\sqrt{5}$ cm

（3）（4 点）

Point 立体を等積変形する！



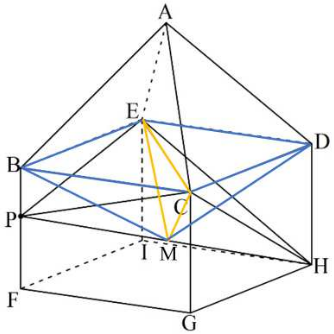
2 点 E，C を通り，BF，DH に平行な平面を書き，平面と PH との交点を M とする。

三角錐 P-CEM において，△CEM//BP だから，

三角錐 P-CEM＝三角錐 B-CEM

同様に，三角錐 H-CEM＝三角錐 D-CEM

となる。よって，結局，四角錐 M-BCDE の体積を求めればよい。



BD と△CEM との交点を N とすると，MN が高さとなる。直線 NM と FH との交点を O とし，中点連結定理より，PF＝2MO だから，

$MO=\frac{1}{2}PM=\frac{3}{2}$　よって，$MN=5-\frac{3}{2}=\frac{7}{2}$

よって求める体積は，

$\frac{1}{3}\times 6^2\times\frac{7}{2}=$ **42 cm³**

【コメント】

（1）は知識確認問題（分からない人はこんなプリント解いていないで教科書や学校ワークに戻ってください），（2）は条件の与え方特殊ですが，よくある問題です。（3）は，中学入試あるあるの立体における等積変形問題，それの難問バージョンです。1 度解いておくとたぶんよいことあります。

【作成】

高校入試　数学　良問・難問　https://hokkaimath.jp/