芸術的な高校入試第 52 回

美しさ：★★★★★★+	難易度：★★★★★★

出典：2021 年度　都立西高校　大問 3

　右の図 1 で，四角形 ABCD は平行四辺形である。 点 E，F，G，H は，それぞれ辺 AB，辺 BC，辺 CD，辺 DA 上にある点である。点 E と点 G，点 F と点 H をそれぞれ結び，線分 EG と線分 FH との交点を I とする。

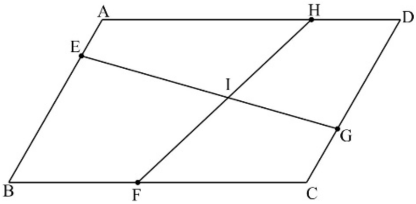


図 1

　次の各問に答えよ。

問 1　右の図 2 は，図 1 において，点 G が頂点 C に一致し，∠BEC＝90°，BE＝BF，EI＝IC となる場合を表している。∠ABC＝60° のとき，∠EIF の大きさは何度か。

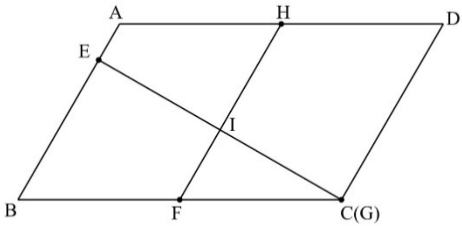


図 2

問 2　下の図 3 は，図 1 において，点 I が四角形 ABCD の対角線の交点に一致し，点 E と点 F，点 E と点 H，点 F と点 G，点 G と点 H をそれぞれ結んだ場合を表している。四角形 EFGH は平行四辺形であることを証明せよ。

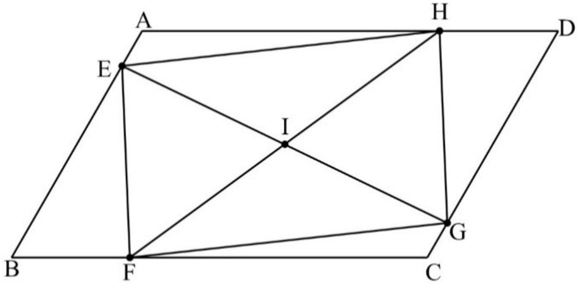


図 3

問 3　下の図 4 は，図 1 において，AE : EB＝CG : GD＝1 : 2,

BF : FC＝AH : HD＝m :（2－m）（0＜m＜2）となる場合を表している。

線分 HI の長さと線分 IF の長さの比を m を用いて表せ。

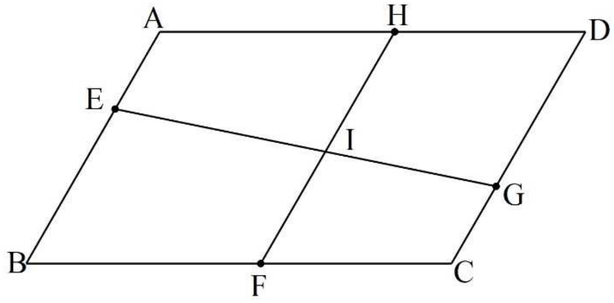
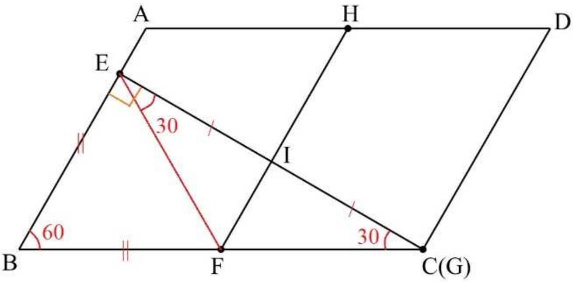


図 4

【解答例】※必ずしもここにある解法が最適とは限りません。

問 1（7 点）

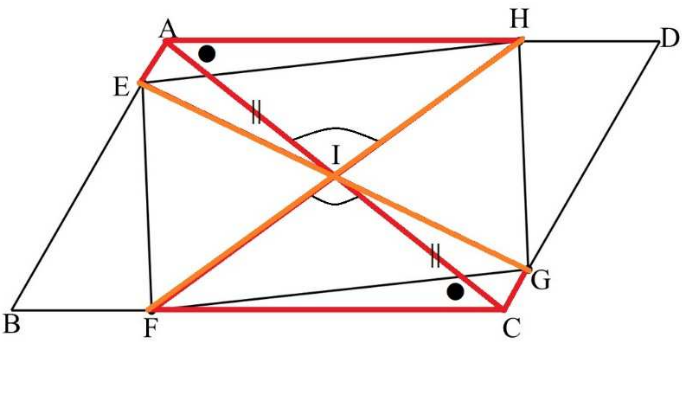


△FCE は二等辺三角形となり，EI＝IC となっている。二等辺三角形の頂角の二等分線は，底辺を垂直に二等分するから，

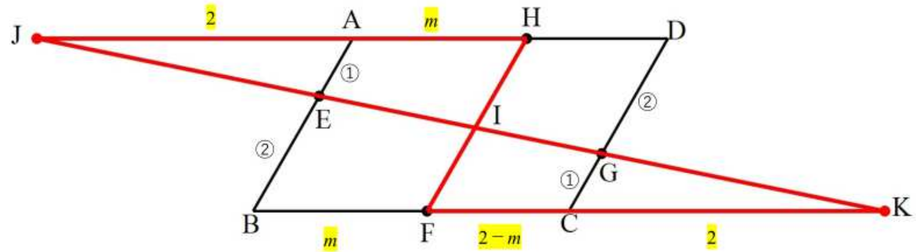
∠EIF＝90°

問 2（10 点）（例）

△AIH と△CIF において，
平行四辺形の対角線は，それぞれの中点で交わるから，AI＝CI…①
AD//BC より，平行線の錯角は等しいから，∠IAH＝∠ICF…②
対頂角は等しいから，∠AIH＝∠CIF…③
①，②，③より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，
△AIH≡△CIF　したがって，IH＝IF…④
△AIE と△CIG において，同様に△AIE≡△CIG であるから，
IE＝IG…⑤
④，⑤より，四角形 EFGH において，対角線がそれぞれの中点で交わるから，四角形 EFGH は平行四辺形である。



問 3（8 点）



直線 AD と直線 EG との交点を J, 直線 BC と直線 EG との交点を K とする。

△KCG∽△KBE より，KC：KB＝CG：BE

KC：（KC＋2）＝1：2　　KC＋2＝2KC　KC＝2

となるから，KC：CF：FB＝2：（2－m）：m となる。

同様に，JA：AH：HD＝2：（2－m）：m

△JIH∽△KIF なので，IH：IF＝JH：KF

IH：IF＝（2＋m）：（4－m）

HI: IF = (2 + m): (4 − m)

【コメント】

問 1 は簡単，定期テストレベルです。

問 2 がかなりの難問で，独自作成校や大阪府 C ぐらいでしか出題されません。解答みれば簡単ですが，中々本番書くのは難しいでしょう。平行四辺形を 2 等分する直線の式問題（関数）を演習した際に，なぜ 2 等分されるのか，考えたことがある人は，何とか証明できていそうです。

例：https://hokkaimath.jp/blog-entry-65.html

問 3 は，文字 m で味付けされていますが，相似の基本問題です。

例の感染症の影響で，確かに問題範囲は中 2 範囲をたくさん出していますが，難易度は全く衰えていませんでした。

【作成】高校入試数学良問・難問 https://hokkaimath.jp/