芸術的な高校入試第 53 回	
美しさ：★★★★★☆	難易度：★★★★★☆

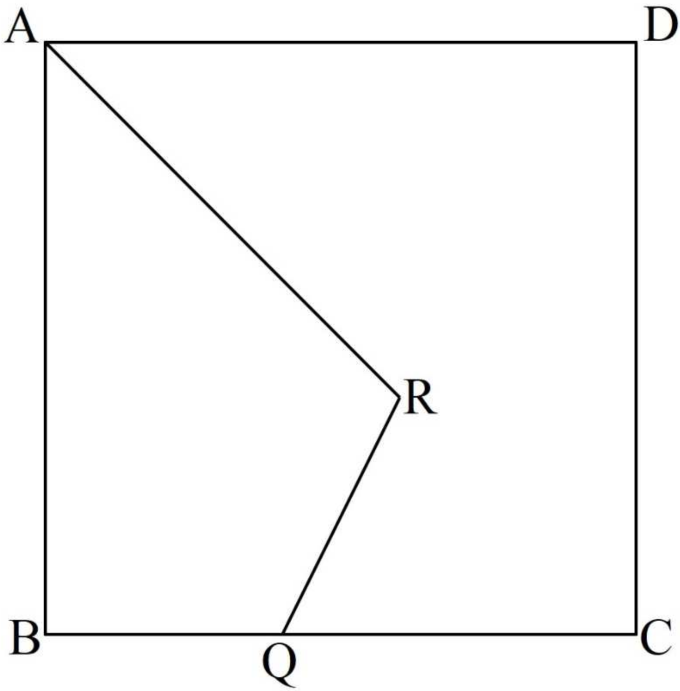
出典：2021 年度　滋賀県立　膳所高校　特色検査

正方形 ABCD について，次の 1，2 の各問いに答えなさい。

1

図 1 のように，辺 BC 上に点 Q，正方形 ABCD の内部に点 R がある。このとき，四角形 ABQR と△ABP の面積が等しくなるように点 P を辺 BC 上にとることができる。このような点 P の位置を，定規とコンパスを用いて作図して示しなさい。ただし，定規は直線を引くときに使い，長さを測るために利用しないこと。また, 作図に使った線は消さずに残しておくこと。

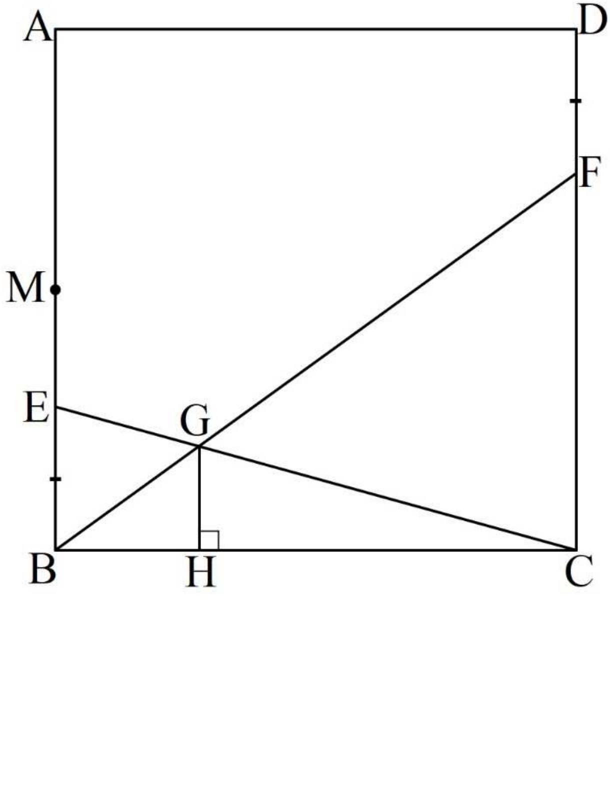
図 1



2

図 2 のように，辺 AB の中点を M とし，線分 BM 上に点 E，辺 CD 上に点 F を，BE＝DF となるようにとる。線分 BF と線分 CE の交点を G とし，G から辺 BC に引いた垂線と，辺 BC との交点を H とする。AB＝10 cm，GH＝2 cm のとき，線分 BE の長さを求めなさい。

図 2



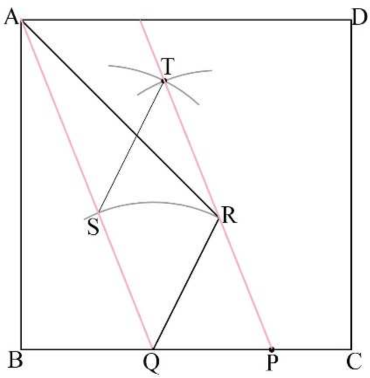
【解答例】

1（13 点）

<u>Point　まずは完成予想図を何となく描く</u>

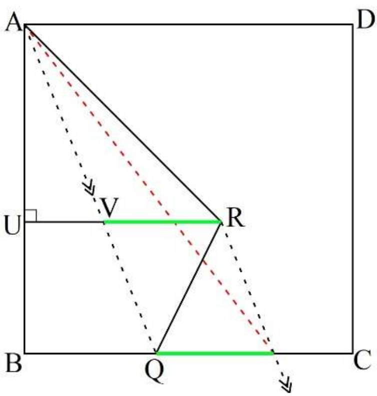
まず，△ABP＝四角形 ABQR となるには，△AQR=△AQP とならなくてはならない。このとき，AQ//RP となる。問題は，この平行な直線をどう引くかである。

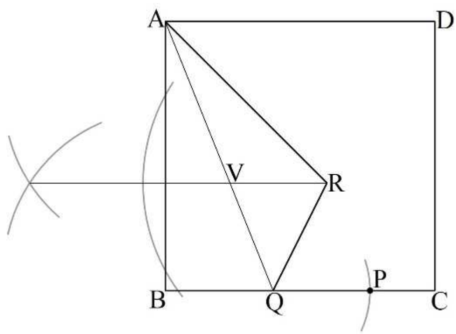
（解法 1）



直線 AQ 上に点 S，直線 PR 上に点 T をとり，四角形 QRTS がひし形であれば，QS//RT，すなわち，AQ//RP となる。
よって，まずは線分 AQ 上に，QR＝QS となる点 S を作図し，点 R，点 S から QR＝RT＝ST となる点 T を作図して，直線 TR を書けば，点 P が作図できる。

（解法 2）





R から AB に垂線を下ろし AQ との交点を V とすると，RV＝QP となる。
作図すると，右上のようになる。

2（12 点）

BE＝DF＝x とする。

△GEB∽△GCF で，GB：GF＝EB：CF＝x：（10－x）

△GBH∽△FBC で，GB：GF＝x：（10－x）より，GB：FB＝x：10

よって，GH：FC＝2：（10－x）だから，

$x : 10 = 2 : (10 - x)$　$20 = 10x - x^2$　$x^2 - 10x + 20 = 0$

$x = 5 \pm \sqrt{5}$　BE < 5 より，**BE $= 5 - \sqrt{5}$ cm**

【コメント】

　問 1 はありそうでなかった，等積変形作図問題です。膳所高校受験するレベルなら，△AQR＝△AQP はすぐ気づけると……思われます（教科書，定期テストをしっかりやっているかが問われる）。完成予想図を描いて，何かしらの特殊な図形を見極めることができるか。大変良い問題ですね。高校受験生は 1 度必ず解いておくべき問題だと思います。

　問 2 はありがちな相似問題です。楽勝。

【作成】

高校入試数学良問・難問 https://hokkaimath.jp/