

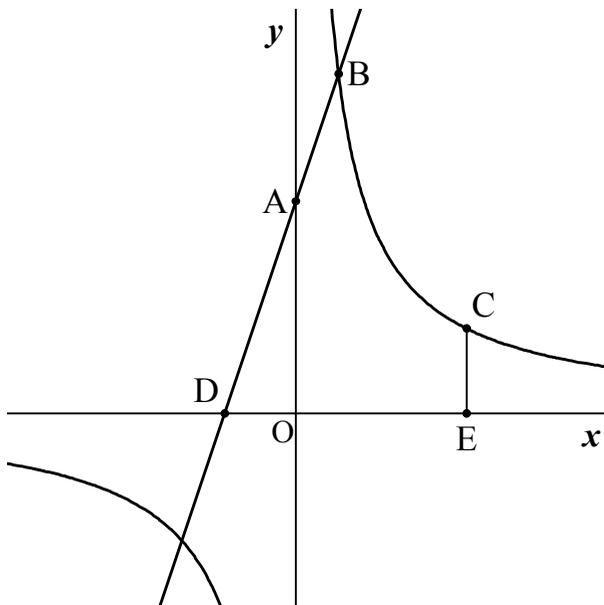
芸術的な高校入試第 55 回

美しさ：★★★★☆☆

難易度：★★★★☆☆

出典：2021 年度 広島県 大問 4

下の図のように、 y 軸上に点 $A(0, 5)$ があり、関数 $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上に、 y 座標が 5 より大きい範囲で動く点 B と y 座標が 2 である点 C があります。直線 AB と x 軸との交点を D とします。また、点 C から x 軸に垂線を引き、 x 軸との交点を E とします。ただし、 $a > 0$ とします。



次の (1)・(2) に答えなさい。

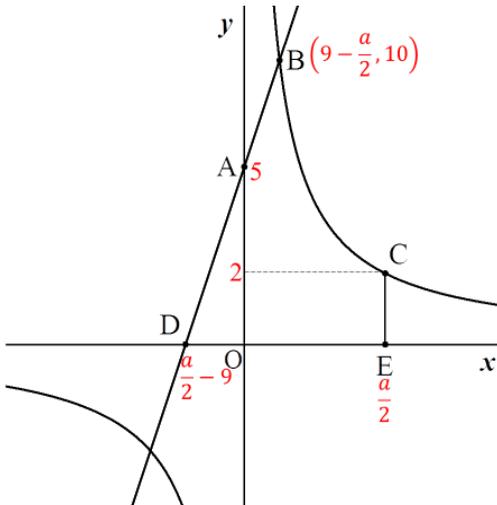
- (1) $a=8$ のとき、点 C の x 座標を求めなさい。
- (2) $DA=AB$, $DE=9$ となるとき、 a の値を求めなさい。

【解答例】**(1) (2点) 正答率 64.6%**

$a=8$ のとき、 $y=\frac{8}{x}$ であるから、ここに C の y 座標 2 を代入して、 $x=4$

(2) (4点) 正答率 4.1%

Point1 反比例の式 $y=\frac{a}{x}$ は、 $xy=a$ と扱うと計算しやすい。



①, C は y 座標が分かっている
ので、 x 座標も何とか表す

点 C は y 座標が 2 で、 $xy=a$ 上
上の点なので、 x 座標は $2x=a$

$\frac{a}{2}$ と表すことができる。

②, $DE=9$ を利用

$DE=9$ より、D の x 座標は E の
 x 座標 -9 なので、

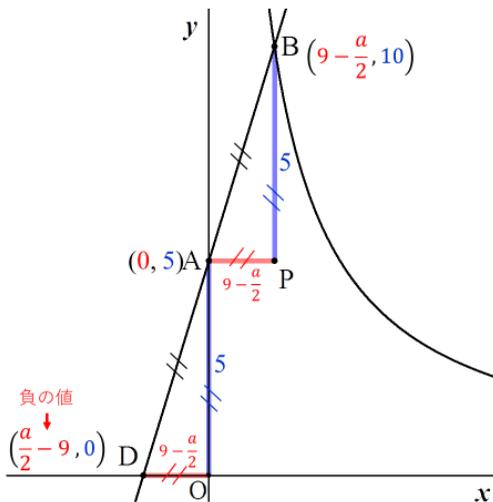
$D\left(\frac{a}{2}-9, 0\right)$

③, $DA=AB$ (中点) を利用して B の座標を表す (※)

$DA=AB$ なので、点 A は線分 DB の中点となる。したがって、

$B\left(9-\frac{a}{2}, 10\right)$ と表される。

点 B は $xy=a$ を通るので、代入し $\left(9-\frac{a}{2}\right) \times 10 = a$ **$a=15$**



(※) **Point2** 中点

点 B から y 軸に平行な直線、点 A から x 軸に平行な直線を引き、交点を P とする。DA=AB なので、 $\triangle BAP \equiv \triangle ADO$ となる。よって、中点の計算が左図のようにできる。

※D の x 座標は負であるので、DO の長さは -1 かけた $9 - \frac{a}{2}$

となることに注意。DO=AP なので、B の x 座標は、 $9 - \frac{a}{2}$ となる。

【コメント】

(1) は何てことない問題ですが、(2) は中学生には非常に難しい問題です。いかに各々の座標を a で表すことが出来るか、反比例は $xy=a$ といかに自分に都合よく計算できるか（これは塾通っている中学生が有利そう）、正負の扱い、また中点を上手く計算できるか、と様々な関門があります。高校生以上には非常に簡単な問題となるのですが（文字式の扱いに慣れているので……たぶん）。高校への接続として、文字式や関数はこのくらい知っておけよ、出来ておけよ、そんなメッセージがある気がします。

【作成】

高校入試 数学 良問・難問 <https://hokkaimath.jp/>